Th8 - Machines thermiques

Les machines thermiques furent à l'origine de toutes les recherches en thermodynamique. Les premières formulations du second principe sont directement liées à leur fonctionnement.

I. Introduction

On s'intéressera à des systèmes fonctionnant entre deux thermostats appelés également sources :
- une source chaude, de température T_C
- une source froide, de température T_F

avec $T_C > T_F$. On parle alors de machine ditherme.

On distingue différents types de machines :

* **Moteurs :** leur but est de convertir de l'énergie thermique en travail.

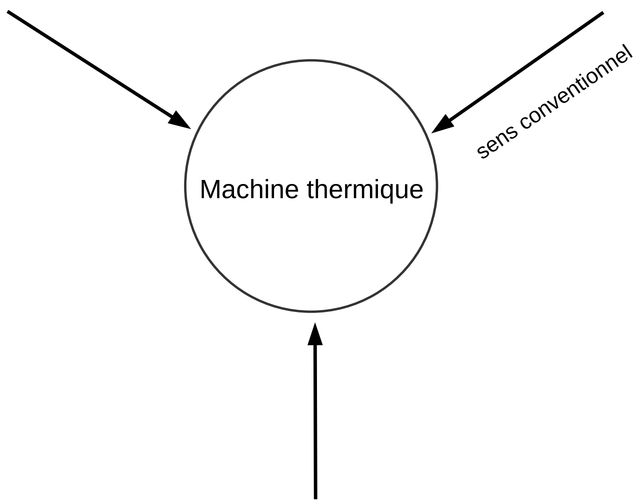
  $$\text{chaleur} \rightarrow \text{travail}$$

  la chaleur (transfert thermique) étant obtenu par combustion, fission nucléaire, fusion nucléaire (un jour peut-être), concentration d'énergie solaire ("dish-Stirling")...

* **Réfrigérateurs, climatiseurs :**
  Ces machines extraient de la chaleur à la source froide (intérieur du frigo, où d'une habitation l'été) et la cède à la source chaude (extérieur du frigo ou de l'habitation) dans le but de refroidir la source froide.

* **Pompe à chaleur (PAC) :** effectue le même transfert thermique que précédemment mais désormais dans le but de réchauffer la source chaude. Cette fois, en hiver, la source froide correspond à l'extérieur de l'habitation et la source chaude à l'intérieur.

Dans la plupart des machines, un fluide subit une suite de transformations au bout desquelles il revient à son état initial : la machine fonctionne de manière cyclique. On la représentera par un cercle.



Rappel : sens conventionnel d'orientation

On compte positivement l'énergie reçue par le système : {fluide décrivant le cycle}

Avec cette convention :
- si $W < 0$ le cycle est moteur
- si $W > 0$ le cycle est récepteur
- si $Q > 0$ le système reçoit de l'énergie thermique
- si $Q < 0$ le système cède de l'énergie thermique à l'extérieur.

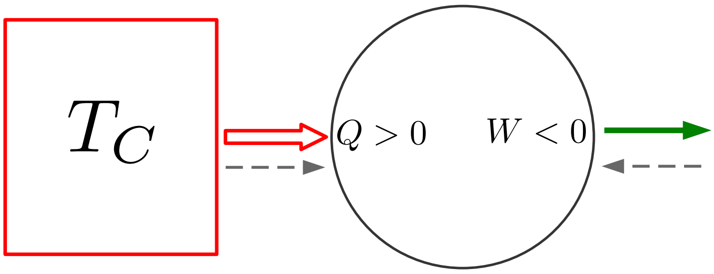
II. Moteurs : étude générale

II.1. Première constatation

Il est impossible de réaliser un processus cyclique dont le seul résultat serait de transformer intégralement en travail de la chaleur prélevée à une source unique.

Il s'agit de l'énoncé de Kelvin-Planck du second principe.

On peut vérifier notre énoncé du second principe permet d'affirmer la même chose. On schématise la machine



Les flèches en trait plein représentent le sens effectif des transferts d'énergie.
Les flèches en pointillé indiquent le sens conventionnel d'orientation.

Le fonctionnement étant cyclique, on a, en appliquant le premier et le second principe au système entre le début I et la fin F d'un cycle ($I = F$) : $\Delta U = 0$ et $\Delta S = 0$.
On note Q et W respectivement le transfert thermique et le travail algébriquement reçu par le système en un cycle ($Q > 0$ le système reçoit de la chaleur, $W < 0$ et il fournit du travail).

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q = 0 & (1) \\ \Delta S = 0 \geqslant \dfrac{Q}{T_C} & (2) \end{cases}$$

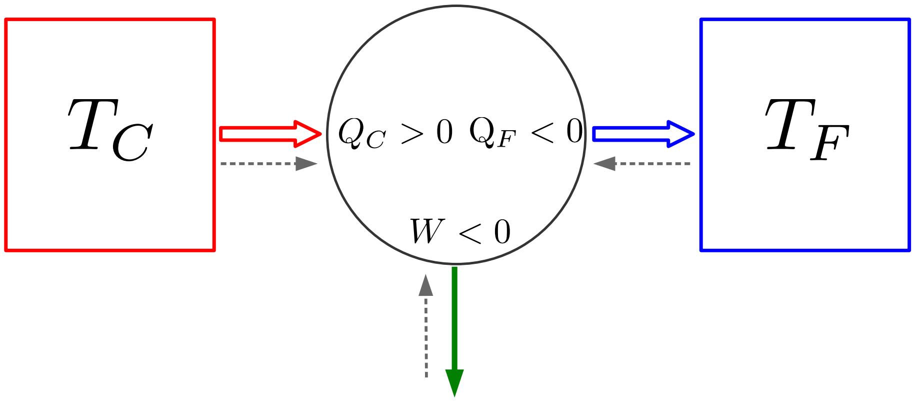
D'après (1), $Q = -W > 0$ ce qui est incompatible avec le second principe (2) qui implique $Q < 0$.

La conversion "chaleur $\rightarrow$ travail" se s'effectue jamais intégralement, alors que l'inverse est possible : le travail des forces de frottement permet de convertir intégralement en chaleur l'énergie cinétique d'un véhicule.

Nécessité de la source froide : un moteur ne peut pas fonctionner avec une seule source. La partie de l'énergie reçue de la source chaude qui n'aura pas pu être convertie en travail sera cédée à la source froide.

II.2. Moteur ditherme

On considère à présent un moteur fonctionnant de manière cyclique entre une source chaude et une source froide.



Les flèches en trait plein représentent le sens effectif des transferts d'énergie.
Les flèches en pointillé indiquent le sens conventionnel d'orientation.

Le fonctionnement étant cyclique, on a , pour un cycle

$$\begin{cases} \underbrace{\Delta U = 0}_{cycle} = W + Q_C + Q_F & (1) \\ \underbrace{\Delta S = 0}_{cycle} \geqslant \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} & (2) \end{cases}$$

Le second principe (2) se traduit par l'inégalité de Clausius :

$$\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leqslant 0 \quad (2)$$

On peut alors définir le rendement r du moteur :

- Qu'est-ce qu'on veut : produire du travail W
- Qu'est-ce qui coûte : l'énergie fournie par la source chaude Q_C

$$\boxed{r = \frac{|W|}{Q_C} = -\frac{W}{Q_C}}$$

On peut établir une inégalité sur r.

$$r = -\frac{W}{Q_C}$$

d'après (1) : $-W = Q_C + Q_F$

$$\boxed{r = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}}$$

d'après (2) : $\dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant -\dfrac{Q_C}{T_C}$ d'où $\dfrac{Q_F}{Q_C} \leqslant -\dfrac{T_F}{T_C}$ ($Q_C > 0$ ainsi que la température T_F, le sens de l'inégalité est donc inchangé). On en déduit l'inégalité :

$$\boxed{r \leqslant 1 - \frac{T_F}{T_C}}$$

L'égalité $r = r_{\max} = 1 - \dfrac{T_F}{T_C}$ est atteinte lorsque $\frac{Q_C}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} = 0$, donc pour un cycle réversible. Le rendement maximum ne dépend que des températures de la source chaude et de la source froide. Pour une température T_F donnée, le rendement est d'autant plus élevé que la température T_C de la source chaude est élevée.

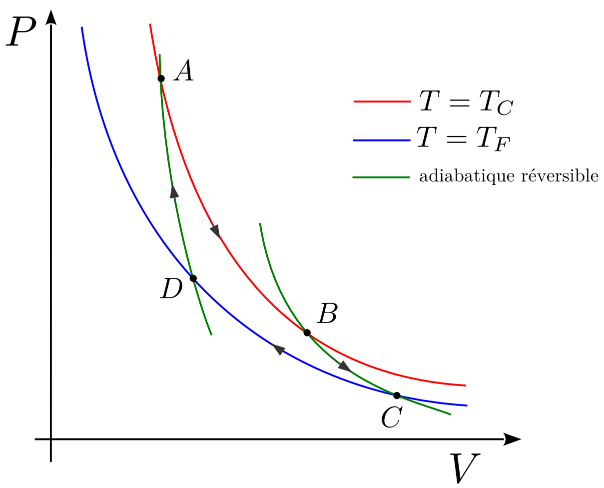
II.3. Cycle de Carnot

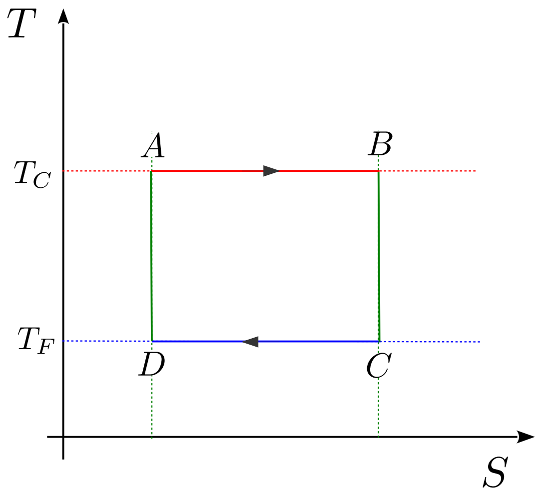
Un cycle de Carnot correspond au cycle ditherme réversible. Il est constitué de

- deux isothermes réversibles $T = T_C$ et $T = T_F$ (système en contact avec les sources)
- deux adiabatiques réversibles

On a représenté ci-dessous le cycle de Carnot moteur :

- dans le plan (P, V) pour un gaz parfait : les adiabatiques réversibles ont une pente plus élevée (en valeur absolue) que les isothermes. Le cycle étant moteur il est décrit dans le sens inverse-trigo.
- dans le plan (T, S) : les adiabatiques réversibles correspondent à des isentropiques et donc à des verticales. Ce diagramme est toujours rectangulaire indépendamment de la nature du fluide utilisé.





On peut bien sûr, calculer directement le rendement r_C d'un cycle moteur réversible.

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q_C + Q_F = 0 & (1) \\ \Delta S = \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0 & (2) \quad \text{cycle réversible} \end{cases}$$

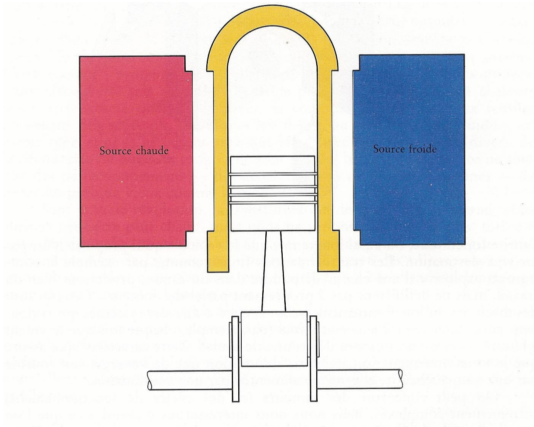
$$r_C = -\frac{W}{Q_C}$$

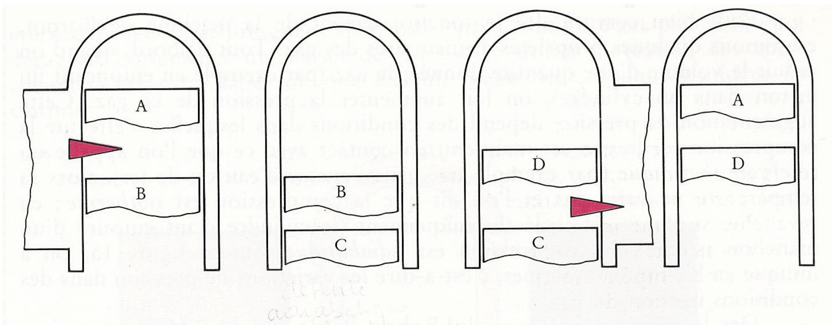
d'après (1) : $-W = Q_C + Q_F$, d'où $r_C = \dfrac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_C}$

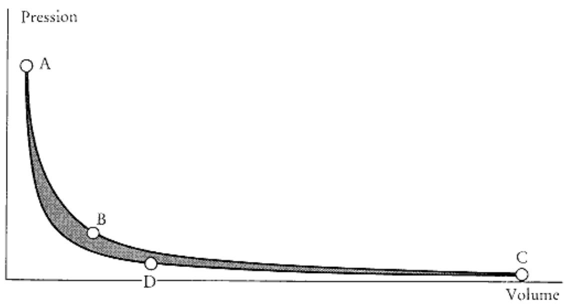
d'après (2) : $\dfrac{Q_F}{Q_C} = -\dfrac{T_F}{T_C}$. On retrouve

$$\boxed{r_C = 1 - \frac{T_F}{T_C} = r_{\max}}$$

Moteur de Carnot







II.4. Moteurs réels

Le moteur de Carnot a certes un rendement maximum mais pour qu'il fonctionne de manière réversible, il faut que les transferts thermiques soient infiniment lents. Dans ce cas la puissance du moteur est nulle. D'où l'intérêt d'une combustion interne qui transmet instantanément la chaleur produite par la combustion et qui permet de construire des moteurs puissants et peu volumineux. Il existe cependant un type de moteur à combustion externe : le moteur de Stirling.

II.5. Puissance d'un moteur

Un moteur fait intervenir un axe en rotation. L'action mécanique qui permet la mise en rotation de l'axe est appelée couple. On le note C_m. Ce couple est homogène à une force multipliée par une longueur et se mesure en N.m.

La puissance transmise à l'arbre pour une vitesse de rotation ω a pour expression :

$$\underbrace{\mathcal{P}}_{\text{W}} = \underbrace{C_m}_{\text{N.m}} \times \underbrace{\omega}_{\text{rad.s}^{-1}}$$

Application directe :
Déterminer la puissance transmise par l'arbre d'une voiture si le couple moteur est de 200 N.m et si la vitesse de rotation est de 4000 tr/min. On fera le calcul en watt puis en Cheval vapeur (1cv=736W).

Réponse : $\mathcal{P} = 83,8 \text{ kW} = 114 \text{ ch}$

III. Moteurs à combustion interne

III.1. Moteur 4 temps : cycle Beau de Rochas

a) Principe de fonctionnement

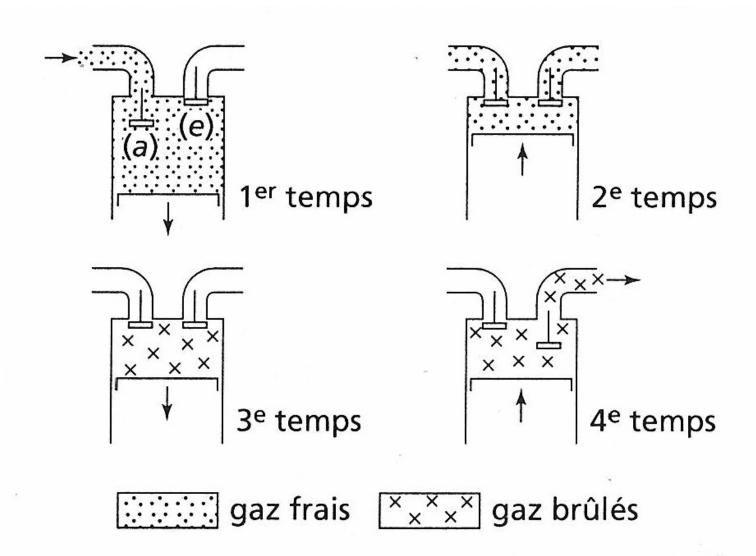
Le moteur à explosion est constitué d'un piston mobile dans un cylindre muni de soupapes d'admission et d'échappement. Il fonctionne en quatre temps :

1er temps : admission
La soupape d'admission s'ouvre. Partant du point mort haut, pour lequel le volume est minimal, le piston descend progressivement jusqu'au volume maximal. Le mélange air-carburant est aspiré quasiment à pression constante, égale à la pression atmosphérique.

2^{e} temps : compression
La soupape d'admission se ferme et le piston comprime le mélange jusqu'à ce que le volume du cylindre soit minimal.

3^{e} temps : explosion détente
Une étincelle électrique de la bougie provoque l'explosion du mélange, ce qui produit une augmentation brutale de pression (suffisamment rapide pour que le piston ne se soit pratiquement pas déplacé pendant l'explosion). Les gaz issus de la combustion se détendent ensuite jusqu'à ce que le volume du cylindre soit maximal.

4^{e} temps : échappement
La soupape d'échappement s'ouvre. Le piston remonte et évacue les gaz d'échappement.



On peut visualiser le fonctionnement du moteur 4 temps sur les sites :
http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/thermo/moteur4t.html
https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Thermo/Machines/4temps_FJ.php

b) Modélisation du moteur à explosion

On se propose de tracer le diagramme de Watt du moteur, qui indique la pression à l'intérieur du cylindre en fonction du volume.

• *admission :* le système est ouvert. On suppose l'admission isobare (à la pression atmosphérique) et isotherme. Le volume augmente à mesure que le gaz pénètre à l'intérieur du piston. ($A_0 \to A$)

• *compression :* le système est désormais fermé. On supposera la compression adiabatique réversible. ($A \to B$)

• *explosion détente :* On suppose l'explosion isochore. La réaction chimique explosive s'accompagne d'une modification de l'énergie interne correspondant à la chaleur fournie par la réaction et que l'on notera Q_C ($Q_C > 0$). ($B \to C$).

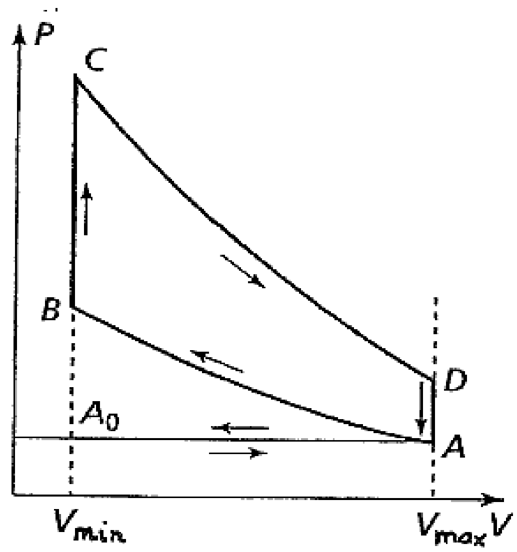
À ce niveau, la composition chimique du mélange est modifiée. Ce mélange contenant majoritairement de l'azote de l'air, qui n'intervient pas dans la combustion, on assimilera le mélange initial air+carburant et le mélange final gaz d'échappement à n moles d'un même gaz parfait diatomique.

On suppose ensuite la détente adiabatique réversible. ($C \to D$)

• *échappement :* Premièrement, on suppose que l'ouverture de la soupape ramène quasi instantanément la pression à l'intérieur du piston à la pression atmosphérique sans que le gaz d'échappement ne soit sorti du piston (cela suppose que ce gaz se refroidit quasi instantanément et c'est de loin l'hypothèse la plus grossière du modèle). On se retrouve alors au point A. Le transfert thermique algébriquement reçu par le gaz au cours de cette étape ($D \to A$) sera noté Q_F ($Q_F < 0$).
Deuxièmement, le piston remonte et évacue les gaz d'échappement de manière isobare (à la pression atmosphérique) et isotherme. Le système est alors ouvert et son volume diminue à mesure que le gaz s'échappe ($A \to A_0$).

En remarquant que le long des évolutions A_0A et AA_0 les travaux se compensent et qu'aucun transfert thermique ne s'y produit (le refroidissement du gaz étant supposé s'être réalisé entre D et A), on ne tiendra compte que du cycle $ABCDA$ décrit par le système fermé constitué des n moles de gaz parfait défini précédemment.

Ce cycle est appelé **cycle de Beau de Rochas.**



c) Calcul du rendement théorique

Au cours du cycle le système produit du travail ($W < 0$) en recevant de la chaleur ($Q_C > 0$) lors de l'évolution BC et en cédant de la chaleur ($Q_F < 0$) lors de l'évolution DA.
Le rendement sera défini par :

$$r = -\frac{W}{Q_C}$$

On a pour un cycle et d'après le premier principe :

$$\Delta U = W + Q_C + Q_F = 0$$

$$-W = Q_C + Q_F$$

on en déduit :

$$r = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$$

Rappel : on assimile le mélange initial {air+carburant} et le mélange final {gaz d'échappement} à n mol d'un même gaz parfait diatomique.
On a le long des isochores BC et DA :

$$\Delta U_{BC} = Q_C = nC_{V,m}(T_C - T_B) = \frac{nR}{(\gamma - 1)}(T_C - T_B)$$

$$\Delta U_{DA} = Q_F = nC_{V,m}(T_A - T_D) = \frac{nR}{(\gamma - 1)}(T_A - T_D)$$

d'où :

$$r = 1 + \frac{T_A - T_D}{T_C - T_B}$$

On a le long des adiabatiques réversibles AB et CD :

$$T_A V_{\text{max}}^{\gamma-1} = T_B V_{\text{min}}^{\gamma-1}$$

$$T_D V_{\text{max}}^{\gamma-1} = T_C V_{\text{min}}^{\gamma-1}$$

On pose $a = \dfrac{V_{\text{max}}}{V_{\text{min}}}$, taux de compression du moteur ; on en déduit :

$$T_B = a^{\gamma-1} T_A \quad \text{et} \quad T_C = a^{\gamma-1} T_D$$

d'où

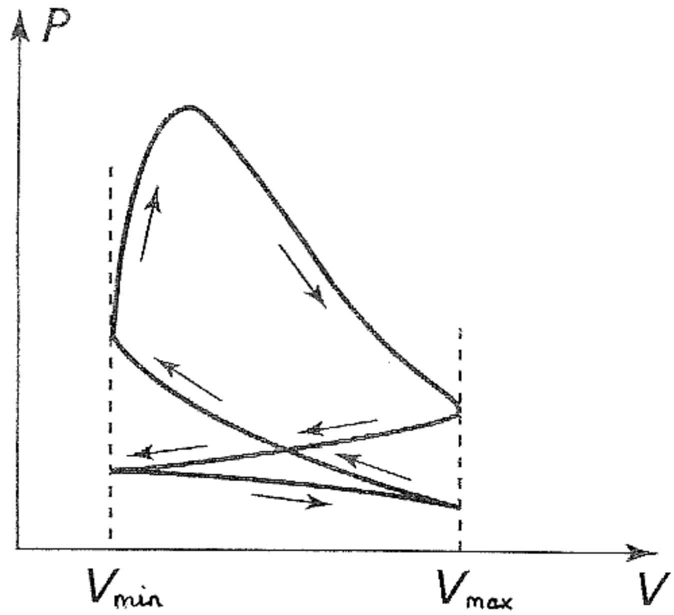
$$\boxed{r = 1 + \frac{T_A - T_D}{a^{\gamma-1}(T_D - T_A)} = 1 - \frac{1}{a^{\gamma-1}}}$$

Exemples : pour $a = 3$, $r = 0,36$; pour $a = 8$, $r = 0,56$;

On a intérêt à augmenter le taux de compression. Cependant on est limité par le phénomène d'autoallumage. Le mélange air+carburant peut s'enflammer spontanément avant la fin de la compression. L'explosion est violente et risque d'endommager les pièces mécaniques du moteur.
Notre modélisation du moteur conduit à une surestimation de son rendement. Le rendement réel est inférieur au rendement théorique déduit du modèle. Les meilleurs moteurs à allumage commandé ont des rendements de 36%.

d) Allure du cycle réel

On peut, à l'aide de détecteurs appropriés, tracer expérimentalement le diagramme de Watt.



On constate que l'explosion n'est pas totalement isochore.
La modélisation de l'échappement DAA_0 par une isochore puis une isobare semble ici assez grossière.

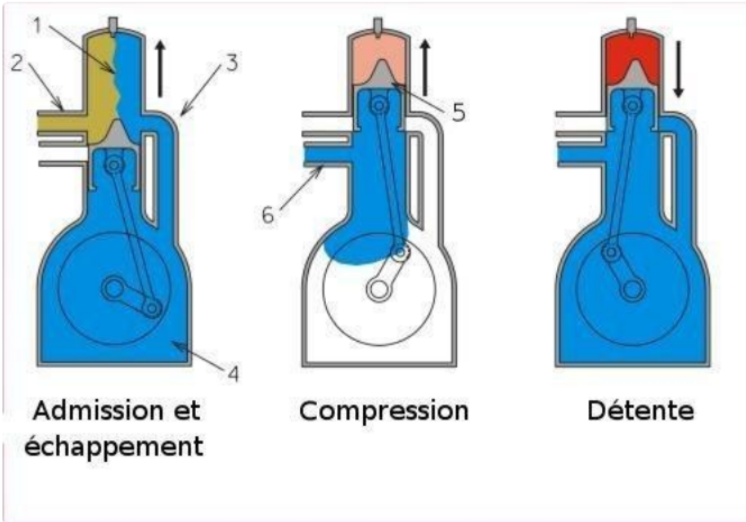
Remarque : lorsque l'on doit calculer la puissance d'un moteur 4 temps, il faut tenir compte du fait que **seul un tour sur deux correspond au cycle moteur**, le deuxième étant utilisé pour l'échappement et l'admission (AA_0 et A_0A).

III.2. Moteur 2 temps

Dans un moteur deux temps, les quatre étapes décrites dans le moteur précédent sont réalisées en seulement un aller-retour du piston. Les phases de compression et de combustion se produisent quand le piston atteint la position la plus haute (point mort haut), l'admission et l'échappement sont réalisés simultanément lorsque le le piston descend vers le point mort bas.
On élimine ainsi l'aller-retour du piston uniquement dédié à l'admission et à l'échappement, et donc improductif, nécessaire au moteur 4 temps.

On retrouve en général ces moteurs dans les tondeuses à gazon, les tronçonneuses, les vélomoteurs, les moteurs de hors-bord ou des petits groupes électrogènes.

Le moteur deux temps possède un rendement plus faible que le moteur quatre temps. Comme l'admission et l'échappement se produisent en même temps, une partie du mélange air-carburant se retrouve dans les gaz d'échappement, ce qui fait de ces moteurs une source non négligeable de pollution aux hydrocarbures.



https://www.youtube.com/watch?v=k3nFr5zSFz8
https://hexa-moto.com/articles/fonctionnement-d-un-moteur-2-temps--194541

III.3. Cycle Diesel

a) Principe de fonctionnement

Dans les moteurs à allumage commandé on comprime le mélange air-carburant et la combustion est provoquée par l'étincelle produite par la bougie.
Le moteur Diesel, conçu dans les année 1870 par Rudolf Diesel ne possède aucun dispositif d'allumage. L'air seul est comprimé. Lorsque la température atteinte est suffisamment élevée on injecte le carburant et la combustion se produit.
Comme l'air seul est comprimé, le problème de détonation ne se pose plus. Les taux de compression atteints dans les moteurs diesels (ils varient en général de 12 à 24) sont plus élevés que ceux des moteurs à essence. Ces moteurs nécessitent également des carburants moins raffinés (et donc plus polluants).
Les meilleurs moteurs Diesel ont des rendements de 46%.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Thermo/Machines/Diesel_FJ.php

b) Cycle Diesel idéal

Le cycle Diesel théorique est indiqué sur la figure ci-contre.

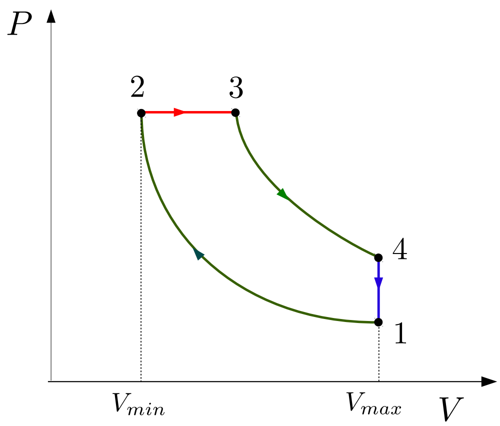
$1 \to 2$ compression adiabatique réversible (isentropique)

$2 \to 3$ injection et combustion du carburant à pression constante

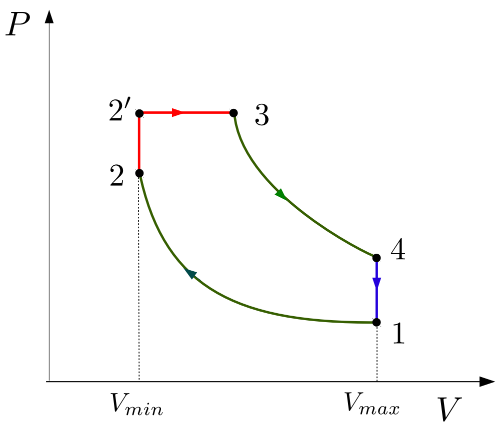
$3 \to 4$ détente adiabatique réversible (isentropique)

$4 \to 1$ refroidissement isochore des gaz d'échappement.

Comme pour le moteur à allumage commandé, seul un tour sur deux correspond à un cycle moteur (un cycle sur deux étant consacré à l'échappement et à l'admission).



Remarque : pour obtenir une modélisation plus proche du cycle réel, l'étape $2 \to 3$ est décomposée en une partie $2 \to 2'$ où le chauffage est isochore suivi d'une partie $2' \to 3$ où le chauffage est isobare.



c) Exercice

On considère un cycle Diesel (idéal) dont le taux de compression $\frac{V_{max}}{V_{min}} = 18$. Le transfert thermique transmis au fluide moteur (ici de l'air) vaut $q_C = 1,80$ MJ.kg^{-1}. Au début de la compression, la pression de l'air est de $1,00$ bar et la température de 15°C.

On néglige la variation de composition du contenu du cylindre que l'on assimile à n moles de gaz parfait diatomique de masse $m = nM$.

Déterminer la pression P_2, ainsi que les températures T_2, T_3, T_4.

Exprimer le rendement de ce cycle en fonction de T_1, T_2, T_3, T_4 et γ. Faire l'application numérique ($M =$ 29 g.mol^{-1}). Commenter.

$1 \rightarrow 2$: compression adiabatique réversible d'un gaz parfait

$$P_2 V_{min}^{\gamma} = P_1 V_{max}^{\gamma}$$

$$P_2 = P_1 \left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)^{\gamma} = 18^{\gamma} P_1 = 57,2 \text{ bar}$$

de même :

$$T_2 V_{min}^{\gamma-1} = T_1 V_{max}^{\gamma-1}$$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)^{\gamma-1} = 18^{\gamma-1} T_1 = 915 \text{ K}$$

$2 \rightarrow 3$: transformation isobare

$$\Delta H_{23} = mc_p(T_3 - T_2) = \frac{m}{M} C_{P_m}(T_3 - T_2) = mq_C$$

$$T_3 = T_2 + \frac{Mq_C}{C_{P_m}} = T_2 + \frac{2Mq_C}{7R} = 2,71.10^3 \text{ K}$$

$3 \rightarrow 4$: détente adiabatique réversible d'un gaz parfait

$$T_4 V_{max}^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_3}{V_{max}}\right)^{\gamma-1}$$

On exprime V_3 en fonction de V_{min} :

$$\text{isobare GP : } \left\{ \begin{array}{lll} P_2 V_{min} & = & nRT_2 \\ P_2 V_3 & = & nRT_3 \end{array} \right. \quad \text{d'où } \frac{V_3}{V_{min}} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$T_4 = T_3 \left(\frac{V_{min}}{V_{max}}\right)^{\gamma-1} \frac{T_3^{\gamma-1}}{T_2^{\gamma-1}} = \frac{T_3^{\gamma}}{T_2^{\gamma-1}} \frac{1}{18^{\gamma-1}} = 1,32.10^3 \text{ K}$$

$r = -\dfrac{W}{Q_C} = 1 + \dfrac{Q_F}{Q_C} = 1 + \dfrac{mc_v(T_1 - T_4)}{mc_p(T_3 - T_2)}$

$r = 1 + \dfrac{T_1 - T_4}{\gamma(T_3 - T_2)}$

$r = 0,59$

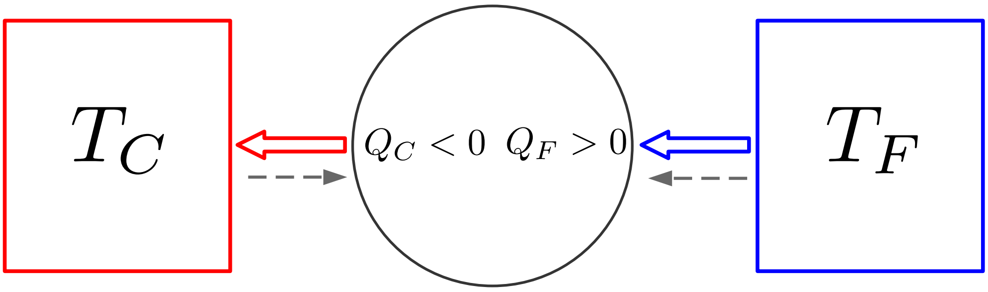
IV. Machines frigorifiques, pompes à chaleur

IV.1. Première constatation

> Il est impossible de réaliser un processus cyclique dont le seul résultat serait de transférer de la chaleur d'une source froide vers une source chaude.

Il s'agit de l'énoncé de Clausius du second principe.

On peut vérifier notre énoncé du second principe permet d'affirmer la même chose.



Le fonctionnement étant cyclique, on a, pour un cycle :

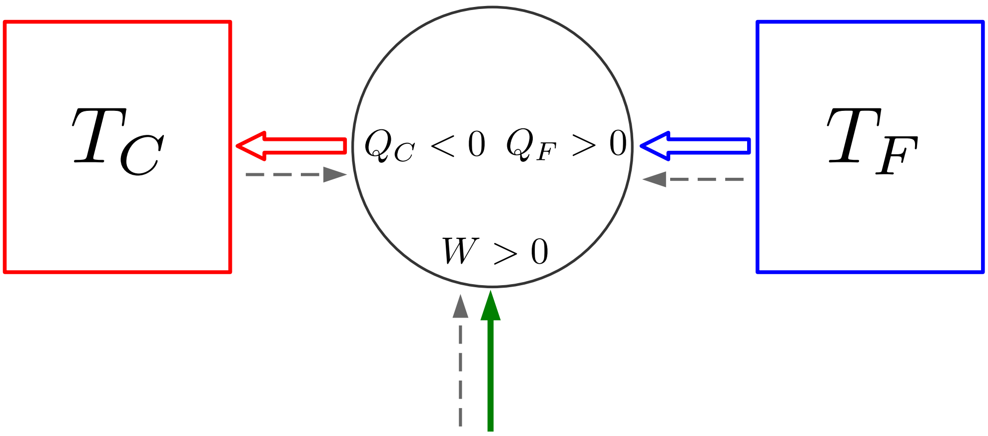
$$\begin{cases} \Delta U = Q_C + Q_F = 0 & (1) \\ \Delta S = 0 \geqslant \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} & (2) \end{cases}$$

(2) correspond à l'inégalité de Clausius : $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant 0$

d'après (1) : $Q_C = -Q_F$ d'où en remplaçant dans l'expression précédente : $\underbrace{Q_F}_{>0} \underbrace{\left(\dfrac{1}{T_F} - \dfrac{1}{T_C}\right)}_{>0} \leqslant 0$

ce qui est impossible.

IV.2. Principe d'une machine ditherme (frigo, climatiseur, PAC)



Les flèches en trait plein représentent le sens effectif des transferts d'énergie.
Les flèches en pointillé indiquent de sens conventionnel d'orientation.

Pour un cycle :

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q_C + Q_F = 0 & (1) \\ \Delta S = 0 \geqslant \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} & (2) \end{cases}$$

La relation (2) correspond à l'inégalité de Clausius : $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant 0$. Pour un cycle **réversible :** $\dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} = 0$.

On définit pour ces machines un coefficient de performance CoP (également appelé efficacité).

a) Coefficient de performance CoP d'une machine frigorifique (ou d'un climatiseur)

— Qu'est-ce qu'on veut : refroidir la source froide Q_F

— Qu'est-ce qui coûte : le travail fourni à la machine W

$$\mathrm{CoP_f} = \frac{Q_F}{W}$$

Pour un cycle :

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q_C + Q_F = 0 & (1) \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant 0 & (2) \end{cases}$$

d'après (1) $Q_C = -Q_F - W$ on reporte dans (2) :

$$-\frac{Q_F}{T_C} - \frac{W}{T_C} + \frac{Q_F}{T_F} \leqslant 0$$

$$Q_F \left(\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_C} \right) \leqslant \frac{W}{T_C}$$

$$Q_F \frac{\overbrace{T_C - T_F}^{>0}}{T_F \cancel{T_C}} \leqslant \frac{\overbrace{W}^{>0}}{\cancel{T_C}}$$

$$\frac{Q_F}{W} \leqslant \frac{T_F}{T_C - T_F}$$

$$\boxed{\mathrm{CoP_f} \leqslant \frac{T_F}{T_C - T_F}}$$

l'égalité est vérifiée pour un cycle réversible (cycle de Carnot récepteur).

b) Coefficient de performance CoP d'une pompe à chaleur (PAC)

- Qu'est-ce qu'on veut : chauffer la source chaude Q_C
- Qu'est-ce qui coûte : le travail fourni à la machine W

$$\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} = \frac{|Q_C|}{W} = -\frac{Q_C}{W}$$

Pour un cycle :

$$\begin{cases} \Delta U = W + Q_C + Q_F = 0 & (1) \\ \dfrac{Q_C}{T_C} + \dfrac{Q_F}{T_F} \leqslant 0 & (2) \end{cases}$$

d'après (1) $Q_C = -Q_F - W$ on reporte dans (2) :

$$\frac{Q_C}{T_C} - \frac{W + Q_C}{T_F} \leqslant 0$$

$$Q_C\left(\frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_F}\right) \leqslant \frac{W}{T_F}$$

$$Q_C\frac{T_F - T_C}{T_C T_F} \leqslant \frac{W}{T_F}$$

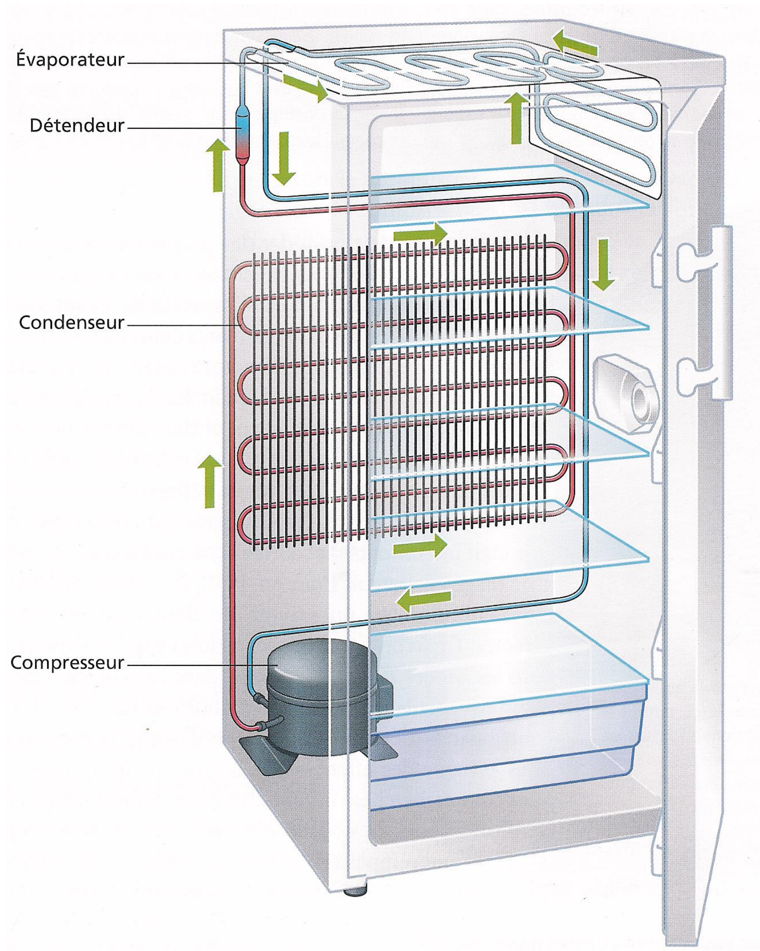
$$-Q_C\frac{\overbrace{T_C - T_F}^{>0}}{T_C} \leqslant \overbrace{W}^{>0}$$

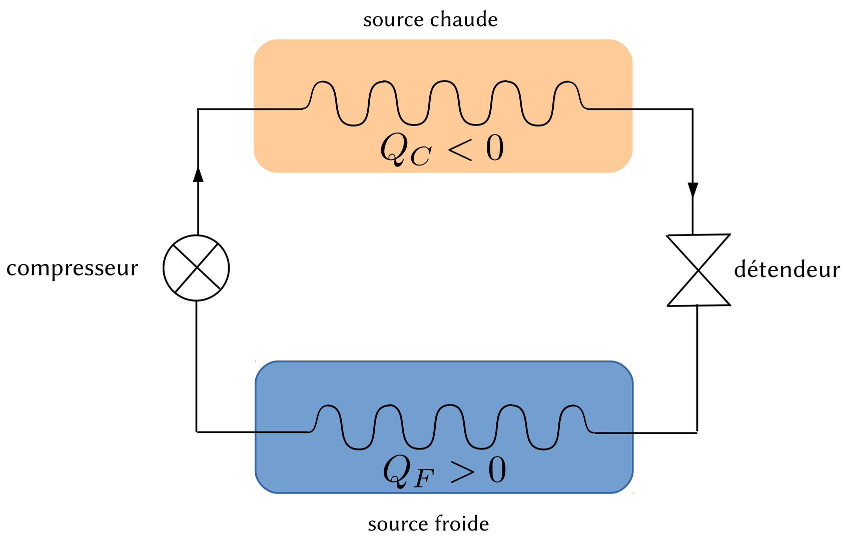
$$-\frac{Q_C}{W} \leqslant \frac{T_C}{T_C - T_F}$$

$$\boxed{\mathrm{CoP}_{\mathrm{PAC}} \leqslant \frac{T_C}{T_C - T_F}}$$

l'égalité est vérifiée pour une cycle réversible (cycle de Carnot récepteur).

IV.3. Schéma de principe d'une machine ditherme





Voir TD sur le réfrigérateur.

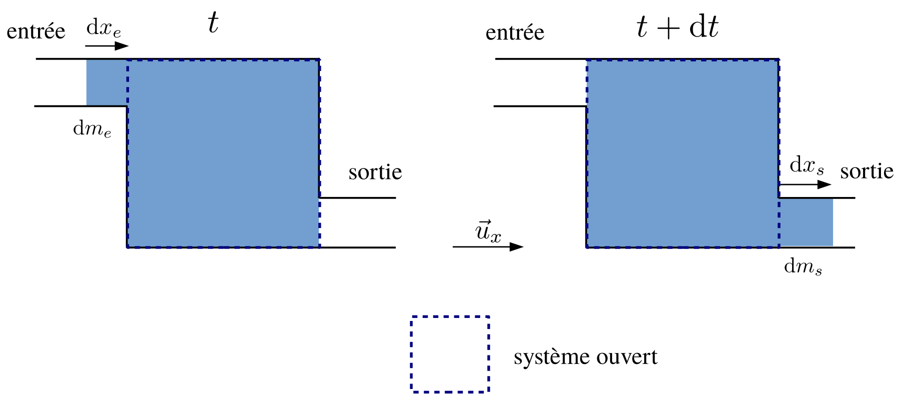
V. Application du premier principe aux systèmes ouverts en régime stationnaires

Un réfrigérateur, une centrale électrique, utilisent un fluide en écoulement qui évolue de manière cyclique en traversant successivement divers organes qui constituent chacun des systèmes ouverts.

V.1. Bilan énergétique

Au niveau d'un organe donné (système ouvert) les échanges d'énergie s'effectuent sous forme :

- de travail (turbine $W < 0$, compresseur $W > 0$)
- de transfert thermique Q (échangeur, évaporateur, liquéfacteur)



On suppose le **régime de fonctionnement stationnaire** : toutes les grandeurs physiques sont indépendantes du temps.

Les pointillés correspondent aux frontières du système ouvert. On se ramène à un système fermé pour appliquer le premier principe de la thermodynamique. Il est constitué à l'instant t de la masse élémentaire entrante $\mathrm{d}m_e$ et du contenu du système ouvert et à l'instant $t + \mathrm{d}t$ de la masse élémentaire sortante $\mathrm{d}m_s$ et du contenu du système ouvert.

On indicera par $()_{sf}$ les grandeurs relatives au système fermé et par $()_0$ celles relatives au système ouvert. Par définition, la masse d'un système fermé se conserve :

$$m_{sf} = m_0(t + \mathrm{d}t) + \mathrm{d}m_s = m_0(t) + \mathrm{d}m_e$$

$m_0(t+\mathrm{d}t) = m_0(t) = m_0$ car la masse du système ouvert est indépendante du temps en **régime stationnaire**. On peut donc simplifier par m_0 :

$$\mathrm{d}m_s = \mathrm{d}m_e$$

On pose $\mathrm{d}m = \mathrm{d}m_s = \mathrm{d}m_e$ et on définit le débit massique D_m par

$$\boxed{D_m = \frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}}$$

Il est le même pour toute l'installation fonctionnant en régime stationnaire (et se mesure en $\mathrm{kg.s^{-1}}$).

Le premier principe appliqué au système fermé, entre l'instant t et $t + \mathrm{d}t$ donne :

$$\boxed{\mathrm{d}\mathscr{E}_{sf} = \mathscr{E}_{sf}(t + \mathrm{d}t) - \mathscr{E}_{sf}(t) = \mathrm{d}(U + E_{\mathrm{c,macro}} + E_p^{\mathrm{ext}})_{sf} = \delta W + \delta Q}$$

– δW travail reçu (autre que celui des forces conservatives déjà pris en compte par la variation de E_p^{ext})

– δQ transfert thermique reçu

V.2. Calcul du travail des forces de pression

On décompose le travail δW en une somme de deux termes :

$$\delta W = \delta W_u + \delta W_p$$

avec δW_p le travail des forces de pression (amont et aval) et δW_u tout le travail restant appelé travail utile.

On note
p_e la pression d'entrée
p_s la pression de sortie
Σ_e la surface de la section d'entrée
Σ_s la surface de la section de sortie

$\delta W_p = p_e \Sigma_e \vec{u}_x.\mathrm{d}x_e \vec{u}_x - p_s \Sigma_s \vec{u}_x.\mathrm{d}x_s \vec{u}_x$

$\delta W_p = p_e \Sigma_e \mathrm{d}x_e - p_s \Sigma_s.\mathrm{d}x_s$

$\delta W_p = p_e \mathrm{d}V_e - p_s \mathrm{d}V_s$

Soit v_e le volume massique du fluide en entrée
Soit v_s le volume massique du fluide en sortie

$\delta W_p = p_e \mathrm{d}m v_e - p_s \mathrm{d}m v_s$

$$\boxed{\delta W_p = \mathrm{d}m(p_e v_e - p_s v_s)}$$

V.3. Bilan enthalpique

On exprime la variation élémentaire d'énergie du système fermé entre t et $t + \mathrm{d}t$:

$\mathrm{d}\mathscr{E}_{sf} = \mathscr{E}_{sf}(t + \mathrm{d}t) - \mathscr{E}_{sf}(t) = \mathscr{E}_0(t + \mathrm{d}t) + \mathrm{d}\mathscr{E}_s - \mathscr{E}_0(t) - \mathrm{d}\mathscr{E}_e$

En régime stationnaire, l'énergie du système ouvert reste constante : $\mathscr{E}_0(t + \mathrm{d}t) = \mathscr{E}_0(t)$.

$\mathrm{d}\mathscr{E}_{sf} = \mathrm{d}\mathscr{E}_s - \mathrm{d}\mathscr{E}_e$

Si on note u_s l'énergie interne massique du fluide en sortie, c_s la vitesse d'écoulement du fluide en sortie et si on suppose que l'énergie potentielle est liée à la force de pesanteur, on aura :

$\mathrm{d}\mathscr{E}_s = \mathrm{d}m\, u_s + \frac{1}{2}\mathrm{d}m\, c_s^2 + \mathrm{d}mgz_s = \mathrm{d}m(u_s + \frac{1}{2}c_s^2 + gz_s)$

avec z_s l'altitude du point de sortie de la machine (on suppose l'axe Oz orienté suivant la verticale ascendante).

On aura de même
$\mathrm{d}\mathscr{E}_e = \mathrm{d}m(u_e + \frac{1}{2}c_e^2 + gz_e)$

ainsi

$\mathrm{d}\mathscr{E}_{sf} = \mathrm{d}\mathscr{E}_s - \mathrm{d}\mathscr{E}_e = \mathrm{d}m(u_s - u_e + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e) = \mathrm{d}m(p_e v_e - p_s v_s) + \delta W_u + \delta Q$

$\mathrm{d}m \left[(u_s + p_s v_s) - (u_e + p_e v_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e)\right] = \delta W_u + \delta Q$

$\mathrm{d}m \left[(h_s - h_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e)\right] = \delta W_u + \delta Q \qquad (1)$

On en déduit, en divisant (1) par $\mathrm{d}m$

$(h_s - h_e) + \dfrac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e) = \dfrac{\delta W_u}{\mathrm{d}m} + \dfrac{\delta Q}{\mathrm{d}m}$

$$(h_s - h_e) + \frac{1}{2}(c_s^2 - c_e^2) + g(z_s - z_e) = w_u + q$$

avec w_u et q le travail et le transfert thermique reçu par unité de masse de fluide ayant traversé la machine (unité SI : J.kg^{-1}).

h désigne l'enthalpie massique du fluide
$\frac{1}{2}c^2$ représente l'énergie cinétique massique
gz représente l'énergie potentielle de pesanteur massique.

ou de manière équivalente en divisant (1) par dt

$$\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}\left[(h_s-h_e)+\frac{1}{2}(c_s^2-c_e^2)+g(z_s-z_e)\right]=\frac{\delta W_u}{\mathrm{d}t}+\frac{\delta Q}{\mathrm{d}t}$$

$$D_m\left[(h_s-h_e)+\frac{1}{2}(c_s^2-c_e^2)+g(z_s-z_e)\right]=\mathscr{P}_u+\mathscr{P}_{th}$$

avec $\mathscr{P}_u$ la puissance mécanique utile et $\mathscr{P}_{th}$ la puissance thermique reçu par la machine.

En général, on peut négliger l'énergie cinétique massique de l'écoulement (sauf dans les tuyères de réacteurs d'avion ou de souffleries).
En général, on peut négliger les variations d'énergie potentielle gravitationnelle à l'échelle d'une installation (sauf dans les barrages hydroélectriques où elle est directement exploitée pour produire du travail utile).

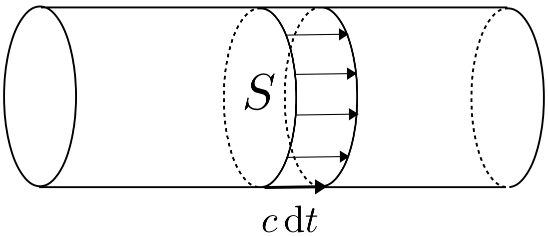
Dans ce cas, l'expression du premier principe appliqué à des système ouverts en régime stationnaire (également appelé premier principe industriel) devient

$$(h_s-h_e)=w_u+q \quad \text{ou} \quad D_m(h_s-h_e)=\mathscr{P}_u+\mathscr{P}_{th}$$

V.4. Expression du débit massique

On reviendra plus en détail sur le calcul du débit d'un fluide en écoulement dans le cours de mécanique des fluides. On peut cependant établir son expression dans le cas d'une modélisation simple de l'écoulement.

On cherche à calculer la masse qui traverse une section de surface S du fluide par unité de temps. On suppose la vitesse du fluide identique en tout point de la section et égale à c. On note ρ la masse volumique du fluide supposée uniforme sur toute la surface du fluide.



Le fluide ayant traversé la section S pendant le temps dt est contenu dans un cylindre de base S et de hauteur $c\,\mathrm{d}t$ et donc de volume $c\,\mathrm{d}t$. La masse dm de fluide ayant traversé la section S pendant le temps dt vaut donc :

$$\mathrm{d}m=\rho\, Sc\mathrm{d}t$$

On en déduit l'expression du débit massique :

$$\boxed{D_m=\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}=\rho Sc}$$

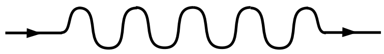
Soit v le volume massique du fluide au niveau de la section S. Que devient l'expression du dédit massique D_m en fonction de v, c et S ?

$$\boxed{D_m=\frac{Sc}{v}}$$

V.5. Quelques éléments de base des installations industrielles

a) Échangeur thermique

Comme son nom l'indique il permet les échanges thermiques entre le fluide et l'extérieur. Souvent, ces échanges sont optimisés par la mise en circulation à contre-courant d'un fluide extérieur.



- $w_u = 0$
- $q \neq 0$

On peut en général négliger l'énergie cinétique macroscopique et la variation d'énergie potentielle à l'échelle de l'installation.

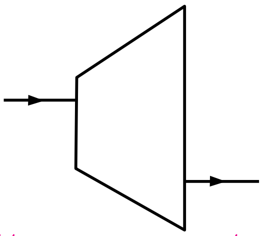
$$\Delta h = h_s - h_e = q$$

Pour un condenseur (ou un liquéfacteur) : $q < 0$

Pour un évaporateur : $q > 0$

b) Turbine

Dans une turbine, l'écoulement du fluide entraîne la mise en rotation d'un système mécanique. C'est donc un organe qui fournit du travail à l'extérieur.



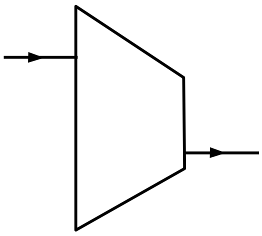
- $w_u < 0$
- si le fonctionnement est adiabatique $q = 0$
  On peut en général négliger l'énergie cinétique macroscopique et la variation d'énergie potentielle à l'échelle de l'installation

$$\Delta h = h_s - h_e = w_u < 0$$

https://www.youtube.com/watch?v=SPg7hOxFItI

c) Compresseur

Dans un compresseur, un système mécanique fournit du travail au fluide pour augmenter sa pression.

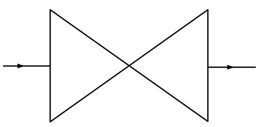


- $w_u > 0$
- si le fonctionnement est adiabatique $q = 0$
  On peut en général négliger l'énergie cinétique macroscopique et la variation d'énergie potentielle à l'échelle de l'installation

$$\Delta h = h_s - h_e = w_u > 0$$

d) Détendeur

Un détendeur est un dispositif permettant d'abaisser la pression du fluide.

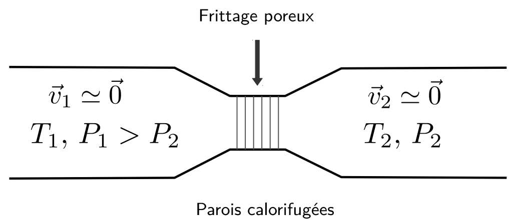


- pas de partie mobile $w_u = 0$
- en général le fonctionnement est supposé adiabatique $q = 0$
  On peut en général négliger l'énergie cinétique macroscopique et la variation d'énergie potentielle est nulle

$$\Delta h = h_s - h_e = 0$$

C'est ce qu'on appelle une détente de Joule-Thomson : c'est une détente isenthalpique.

Schéma de principe :



e) Chambre de combustion

Élément dans lequel le fluide reçoit de la chaleur ($q > 0$) suite à la combustion de carburant.

f) Tuyère

Élément aux parois rigides dont le profil est conçu de manière à augmenter la vitesse d'écoulement du fluide (on les trouve dans les réacteurs d'avions ou dans les souffleries). Dans ce cas l'énergie cinétique massique n'est plus négligeable en sortie de tuyère.

Retenir : quand un élément ne comporte aucune partie mobile : $w_u = 0$.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Transferts d'énergie	
Diagramme fonctionnel des machines thermiques dithermes	Prévoir les signes des transferts d'énergie Définir le rendement d'un moteur Définir les coefficients de performance d'une machine frigorifique ou d'une PAC.
Second principe de la thermodynamique	
	Majorer le rendement ou le coefficient de performance (CoP) des machines dithermes cycliques.
Machines dithermes	
Le premier principe en système ouvert	Définir un système ouvert en écoulement stationnaire. Utiliser les grandeurs massiques ; définir le travail indiqué massique sur les parties mobiles . Décrire les différents organes des machines (détendeur, compresseur, turbine, condenseur, évaporateur, chambre de combustion, etc) Appliquer le premier principe en système ouvert.
Système diphasé	Exploiter les diagrammes (T,s), (h,s) et (p,h).
Théorème des moments	Calculer ou exploiter un titre massique en vapeur.
Exploitation de diagrammes ou de tableaux de données	Calculer les transferts thermiques massiques, les travaux indiqués massiques et le coefficient de performance (CoP)..
Puissance	Utiliser le débit massique pour évaluer des puissances.
Utilisation d'un modèle	
Technologie des moteurs à piston	Distinguer les temps mécaniques (4 temps ou 2 temps) et identifier les temps thermodynamiques (modélisation des transformations thermodynamiques).
Puissance consommation	Lier la puissance au nombre de tours par minute.