EM 4a - Effets magnétiques d'un courant de charges

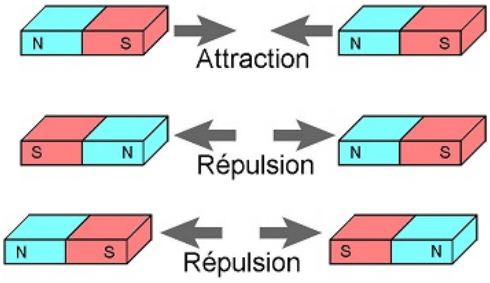
I. Sources de champ magnétiques

I.1. Aimants

Vous avez probablement joué avec des aimants quand vous étiez enfants. Ils sont d'utilisation courante, par exemple pour les fermetures de sacs, de portes de placard...
Les propriétés d'aimantation de la matière sont connues depuis l'antiquité. Les premiers aimants ont été extraits des mines de Magnésie en Grèce, ce qui est à l'origine éthymologique du terme *magnétisme*. Ils contenaient un oxyde de fer Fe_3O_4 et ont la propriété d'attirer les objets contenant du fer.

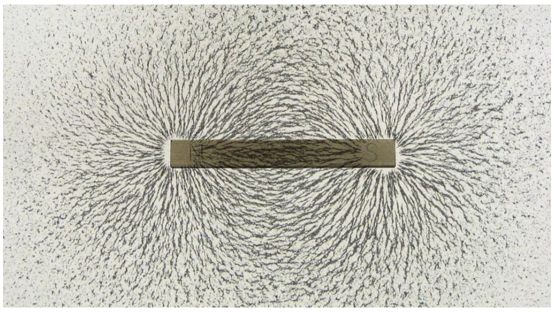
Tout aimant possède deux pôles : un **pôle nord** et un **pôle sud** magnétique. Les interactions entre deux aimants obéissent à la loi suivante :

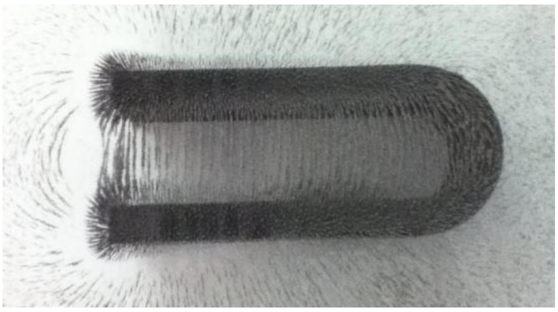
- deux pôles de même nature se repoussent
- deux pôles de nature distincte s'attirent



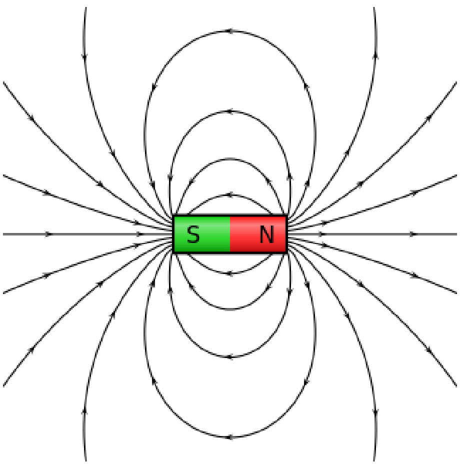
Un aimant est neutre et n'agit pas sur des charges fixes. On introduit donc un nouveau champ $\vec{B}$ appelé **champ magnétique** pour décrire l'interaction magnétique à distance entre des aimants. Les **lignes de champ magnétique** sont des lignes en tout point tangentes au champ magnétique. Ces lignes ne peuvent se croiser qu'en des points où le champ magnétique s'annule.

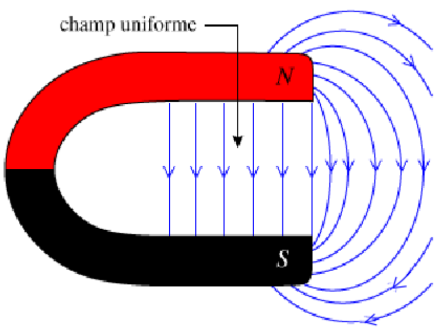
On peut visualiser les lignes de champ produites par un aimant en utilisant de la limaille de fer. En présence du champ magnétique, la limaille de fer s'aimante et tend à s'orienter dans le sens du champ.


aimant droit


aimant en U

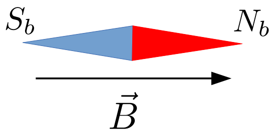
Le pôle nord est le pôle par lequel émergent les lignes de champ. Ces lignes sont ainsi orientées du pôle nord vers le pôle sud.

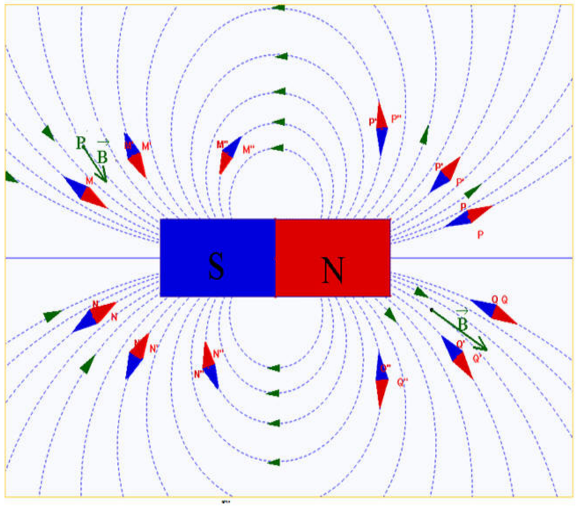




I.2. Boussoles

Une boussole est un petit aimant susceptible de tourner librement autour d'un axe (en général vertical). Placée dans un champ magnétique, la boussole tend à s'aligner sur le champ $\vec{B}$. Si on note S_b et N_b les pôles sud et nord de la boussole, localement le vecteur $\overrightarrow{S_bN_b}$ est colinéaire et de même sens que le champ magnétique $\vec{B}$.





Sur le schéma ci-dessus on peut voir que le pôle nord (en rouge) des boussoles pointe vers le sud de l'aimant et réciproquement.

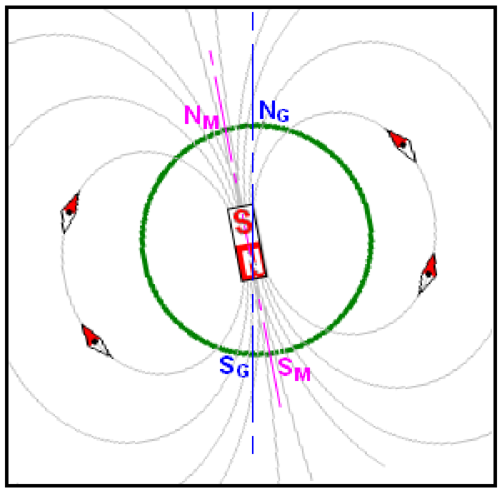
I.3. Champ magnétique terrestre

En occident, on utilise depuis le moyen âge les aiguilles aimantées pour s'orienter, l'aiguille d'une boussole servant à indiquer le Nord.

En première approximation le champ magnétique terrestre correspond au champ créé par un aimant placé au centre de la Terre mais dont la direction ne coïncide par tout à fait avec celle des pôles géographiques situés sur l'axe de rotation de la Terre.
Ainsi le pôle nord d'une boussole (en rouge) pointe vers le Nord (qui correspond en réalité à un sud magnétique).
Le champ magnétique terrestre a subi des inversions. Il s'est inversé environ 300 fois ces derniers 200 millions d'années. La dernière inversion est survenue il y a 780 000 ans. Actuellement une anomalie magnétique apparaît dans l'atlantique sud, prémisse possible d'une future inversion ?

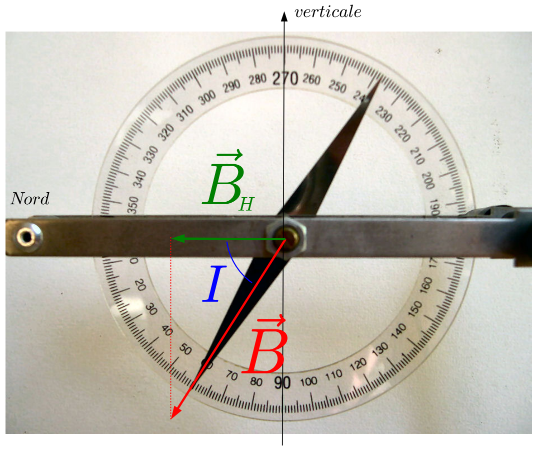
En 2013, la mission SWARM a débuté avec la mise sur orbite de trois satellites dans le but d'étudier le champ magnétique terrestre.

http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/5920-swarm.php



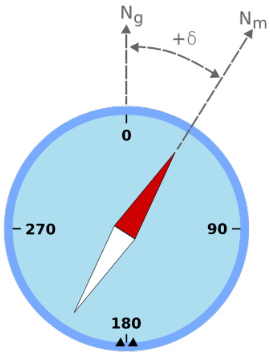
Inclinaison magnétique

Le champ magnétique est incliné par rapport au plan horizontal. Une boussole, d'axe de rotation vertical, placée dans le champ magnétique s'aligne parallèlement à la composante horizontale $\vec{B}_H$ du champ magnétique. Le nord de l'aiguille aimantée pointe approximativement vers le Nord géographique.
Pour visualiser l'inclinaison du champ magnétique terrestre par rapport au plan horizontal, on peut utiliser une boussole d'axe horizontal perpendiculaire à l'axe nord-sud. On constate sur l'image ci-contre que l'aiguille s'incline d'un angle $I = 60°$ (son nord pointant vers le bas dans l'hémisphère nord).



L'unité SI de champ magnétique est le tesla (T).
À Paris, l'ordre de grandeur de la norme du champ magnétique est de 5.10^{-5} T (soit $0,5$ G, 1 gauss (G) correspondant à 10^{-4}T. La composante horizontale est de l'ordre de 2.10^{-5} T $(0,2$ G).

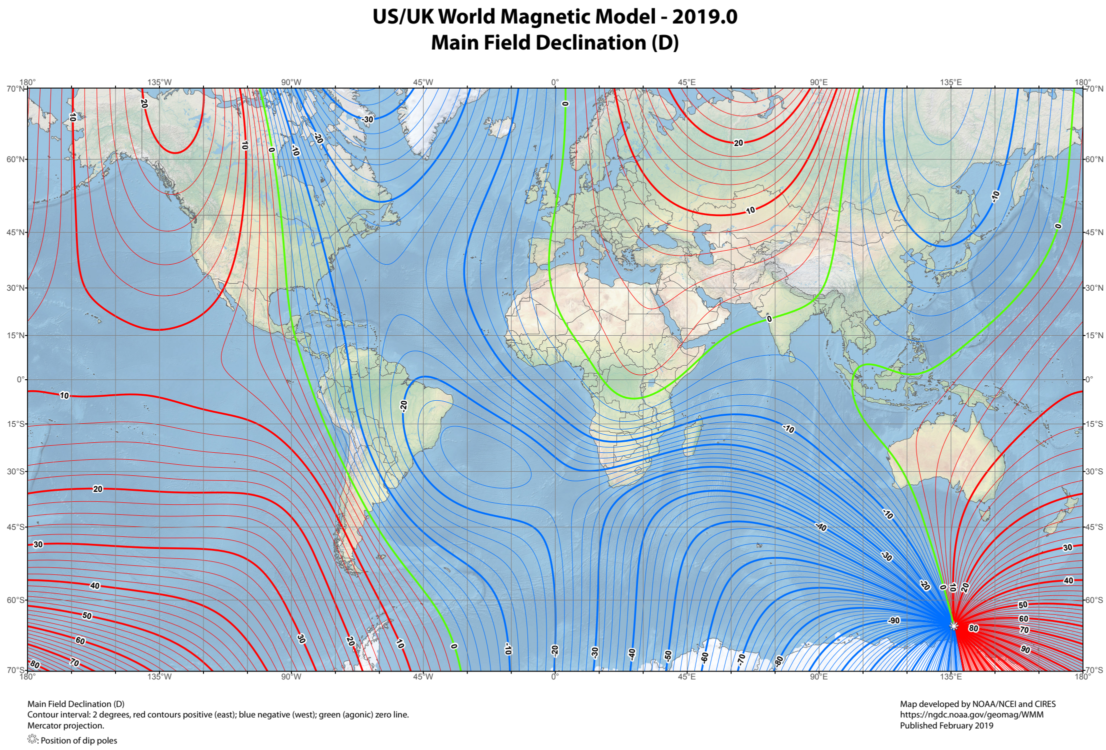
Déclinaison magnétique



Une boussole d'axe de rotation vertical s'oriente dans de sens de la composante horizontale $\vec{B}_H$ du champ magnétique et pointe vers le Nord magnétique.
La déclinaison magnétique est, en un point donné sur la surface de la Terre, l'angle formé entre la direction du pôle Nord géographique et le Nord magnétique (il s'agit donc d'un angle sur le plan horizontal du point d'observation). Cet angle est compté positivement vers l'est et négativement vers l'ouest.

Il existe des programmes qui permettent de calculer la déclinaison magnétique pour un lieu donné.
http://www.ngdc.noaa.gov/geomag-web/#declination

Des modèles tracent les courbes isogones (courbes d'égale déclinaison magnétique).



I.4. Expérience d'Ørsted

Il n'y a pas que des aimants qui produisent un champ magnétique.
Au XIX$^{\text{ème}}$ siècle, une expérience historique, menée par le danois Ørsted, fait un lien en l'électricité et le magnétisme.
Ce dernier constate qu'une une petite boussole placée sous un fil électrique dévie de sa direction initiale lorsqu'un courant circule dans le fil.

https://www.youtube.com/watch?v=n7EWhEY0a0o

Ainsi, des charges en mouvement (courant électrique) peuvent avoir des effets magnétiques.

I.5. Quelques ordres de grandeurs

On a vu que l'unité SI de champ magnétique est le tesla. Le gauss est parfois utilisé : 1 G $= 10^{-4}$ T.

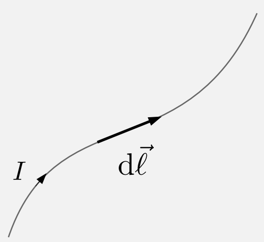
Champ magnétique terrestre	$0,5.10^{-4}$ T
Champ au voisinage d'un bon aimant (type néodyme)	0.1 à 1 T
Champ au voisinage un électro-aimant	1 à 10 T
IRM	$1,5$ à 3 T
LHC	$\simeq 10$ T
Pulsar ou étoile à neutrons	10^8 T

Un électroaimant est constitué d'un bobinage de cuivre autour d'un noyau de fer doux. La présence de fer amplifie le champ magnétique produit[1]*.*
Pour éviter les pertes par effet Joule, les forts champs magnétiques sont créés par des bobines supra-conductrices. Par exemple, CMS, un des détecteurs du LHC, utilise un solénoïde supraconducteur (fil en alliage niobium-titane) refroidi par un circuit d'hélium liquide et parcouru par un courant de 18 kA.

II. Force de Laplace

II.1. Expression

Le champ $\vec{E}$ a été défini par la force $\vec{F} = q\vec{E}$ s'exerçant sur une charge q.
On peut définir le champ magnétique $\vec{B}$ à partir de la force qui s'exerce sur une portion de conducteur.

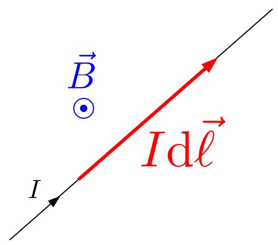


On considère un circuit filiforme parcouru par un courant d'intensité I.
Soit $\mathrm{d}\vec{\ell}$ un élément de longueur tangent à ce circuit et **orienté dans le même sens que** I.
Soit $\vec{B}$ le champ magnétique extérieur régnant au niveau de $\mathrm{d}\vec{\ell}$.
La force $\mathrm{d}\vec{F}_{Lap}$ s'exerçant sur $\mathrm{d}\vec{\ell}$ a pour expression :

$$\mathrm{d}\vec{F}_{Lap} = I\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

$(I\mathrm{d}\vec{\ell}, \vec{B}, \mathrm{d}\vec{F}_{Lap})$ forment un trièdre direct.

Indiquer la direction de $\mathrm{d}\vec{F}_{Lap}$ sur le schéma ci-contre.



1. Pour plus d'information sur l'obtention de champs magnétiques forts, on pourra consulter l'article *"La clé des champs forts"*, J.M. Courty et E. Kierlik, Pour la Science, Oct 2019

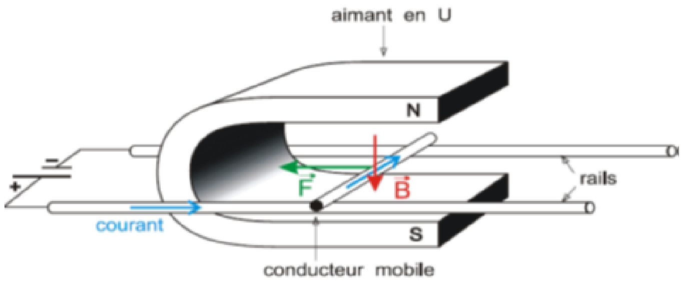
Pour calculer la résultante des forces de Laplace sur un tronçon AB de circuit il faut intégrer :

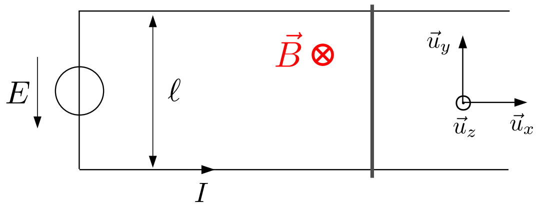
$$\vec{F}_{Lap} = \int_A^B I\mathrm{d}\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

Dans le cas où le champ $\vec{B}$ est uniforme (même valeur en tout point de l'espace), on peut écrire

$$\vec{F}_{Lap} = I\left(\int_A^B \mathrm{d}\vec{\ell}\right) \wedge \vec{B} = I\overrightarrow{AB} \wedge \vec{B}$$

Cas particulier des rails de Laplace :





Calculer la force qui s'exerce sur la barre mobile et préciser son sens sur le schéma.

$$\vec{F}_{Lap} = I\overrightarrow{AB} \wedge \vec{B} = I\ell\vec{u}_y \wedge (-B\vec{u}_z) = -I\ell B\vec{u}_x$$

https://www.youtube.com/watch?v=QK_irRFTM-U

http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/electri/forcelaplace.html

II.2. Force de Lorentz (HP)

Le champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ est défini dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}$ à partir de la force qui s'exerce sur une charge q, en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ par rapport à ce référentiel :

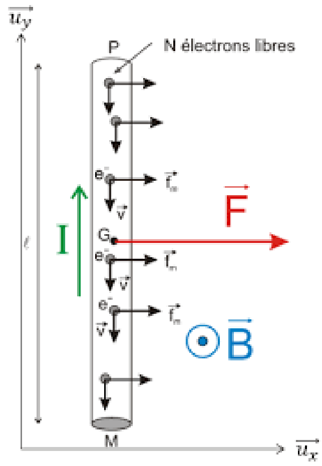
$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

En l'absence de champ électrique il reste la force magnétique :

$$\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

Cette force qui s'exerce sur les porteurs de charges en circulation dans le conducteur est transmise au réseau cristallin du conducteur auquel ils sont liés.

Remarque : la puissance de cette force est nulle : $\mathcal{P} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}).\vec{v} = 0$.



Calculer la résultantes $\vec{F}$ des forces s'exerçant sur l'ensemble des électrons de conduction contenus dans une tige conductrice rectiligne de longueur ℓ (voir schéma). On note n le nombre d'électrons de conduction par unité de volume et s la section du fil. Vérifier que l'on retrouve l'expression de la force de Laplace

Force sur un électron : $\vec{f}_m = -e\vec{v} \wedge \vec{B} = evB\vec{u}_x$

Nombre d'électrons contenus dans une longueur ℓ de conducteur : $ns\ell$

Résultante des forces sur l'ensemble des électrons de conduction contenus dans la tige : $\vec{F} = ns\ell\, evB\vec{u}_x$

Or $I = \vec{j}.s\vec{u}_y = n(-e)\vec{v}.s\vec{u}_y = n(-e)(-v\vec{u}_y).s\vec{u}_y = nevs$

d'où

$\vec{F} = (nevs)\ell B\vec{u}_x = I\ell B\vec{u}_x$

Cette valeur correspond bien à $I\vec{\ell} \wedge \vec{B} = I\overrightarrow{MP} \wedge \vec{B} = I\ell\vec{u}_y \wedge B\vec{u}_z = I\ell B\vec{u}_x$.

III. Propriétés de symétrie

Le champ magnétique $\vec{B}$ est défini par la force de Laplace. Cette force fait intervenir un produit vectoriel dont le sens dépend de l'orientation de l'espace. Le champ magnétique aura donc des propriétés de symétrie différentes suivant que l'on considère les isométries positives (translation, rotation) ou négatives (symétrie plane).

III.1. Invariance par translation ou rotation

Le champ magnétique vérifie les mêmes propriétés d'invariance par translation et par rotation que la distribution de courant qui le crée.

Exemples :

- si la distribution de courant est invariante par translation quelconque suivant $\vec{u}_x$, alors le champ magnétique sera indépendant de $x \Rightarrow \vec{B}(\cancel{x}, y, z)$
- si la distribution de courant est invariante par rotation d'angle θ quelconque autour de Oz alors la champ magnétique sera indépendant de la variable $\theta \Rightarrow \vec{B}(r, \cancel{\theta}, z)$

III.2. Symétrie, antisymétrie

Une BON directe est transformée en une BON indirecte par une symétrie plane. Il y a donc une inversion entre les propriétés de symétrie des courants et celles du champ magnétique.

Si Π est un plan de symétrie pour les courants alors il est plan d'antisymétrie pour le champ magnétique.

Si Π^* est un plan d'antisymétrie pour les courants alors il est plan de symétrie pour le champ magnétique.

Plan de symétrie pour les courants

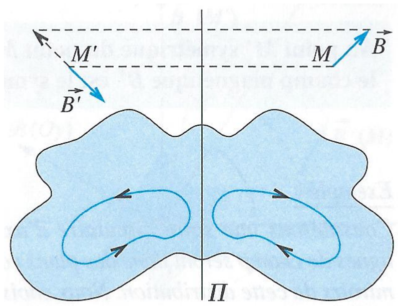
Soit P' le symétrique de P par rapport au plan Π : $P' = S_\Pi(P)$. La distribution de courant est symétrique par rapport au plan Π si

$$\vec{\jmath}(P') = S_\Pi\left(\vec{\jmath}(P)\right)$$

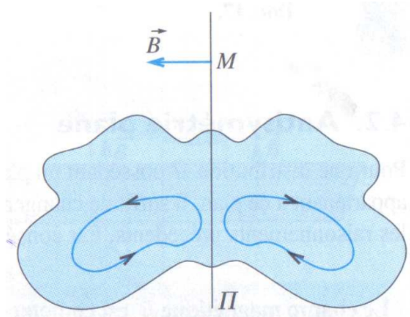
Dans ce cas, si $P \in \pi$ alors $\vec{\jmath}(P) \in \pi$: le vecteur $\vec{\jmath}$ est contenu dans le plan de symétrie.

Le plan Π est alors plan d'antisymétrie pour le champ $\vec{B}$: si M' est le symétrique de M par rapport au plan Π on a

$$\vec{B}(M') = -S_\Pi\left(\vec{B}(M)\right)$$



$M \notin \Pi$



$M \in \Pi$

Si M appartient à un plan de symétrie Π pour les courants alors $\vec{B}(M)$ est perpendiculaire à ce plan.

$$\vec{B}(M) \perp \Pi$$

Plan d'antisymétrie pour les courants

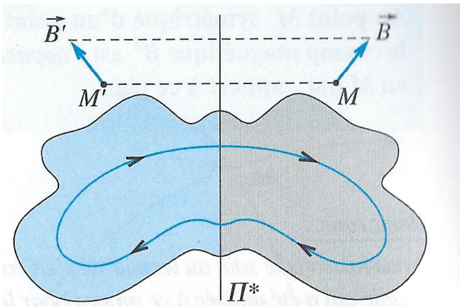
Soit P' le symétrique de P par rapport au plan Π^* : $P' = S_{\Pi^*}(P)$. La distribution de courant est antisymétrique par rapport au plan Π^* si

$$\vec{\jmath}(P') = -S_{\Pi^*}\left(\vec{\jmath}(P)\right)$$

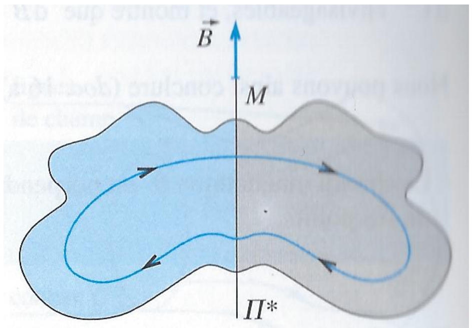
Dans ce cas, si $P \in \pi^*$ alors $\vec{\jmath}(P) \perp \pi^*$: le vecteur $\vec{\jmath}$ est perpendiculaire au plan d'antisymétrie.

Le plan Π^* est alors plan de symétrie pour le champ $\vec{B}$: si M' est le symétrique de M par rapport au plan Π on a

$$\vec{B}(M') = S_{\Pi^*}\left(\vec{B}(M)\right)$$



$M \notin \Pi^*$



$M \in \Pi^*$

Si M appartient à un plan d'antisymétrie Π^* pour les courants alors $\vec{B}(M)$ est appartient à ce plan.

$$\vec{B}(M) \in \Pi^*$$

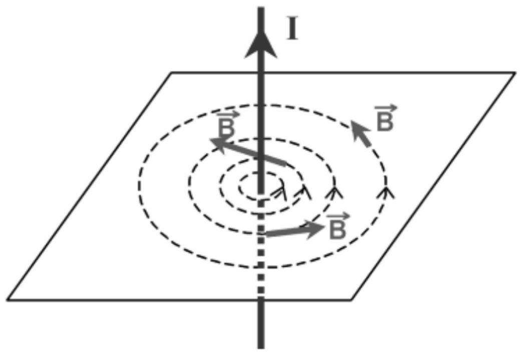
IV. Observations de champs créés par quelques distributions

IV.1. Champ créé par un fil infini

Un fil peut être considéré comme infini, si on se place à une distance r très petite devant sa longueur ℓ ($r \ll \ell$).

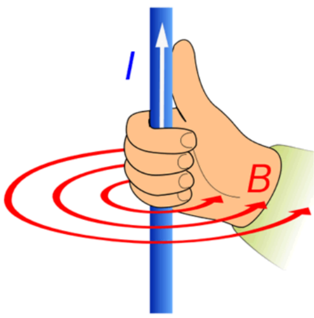
On établira dans le chapitre suivant l'expression du champ magnétique créé.

On visualise ici l'allure des lignes de champs.



Pour déterminer le sens du champ $\vec{B}$ pour $I > 0$ on utilise la **règle de la main droite** :

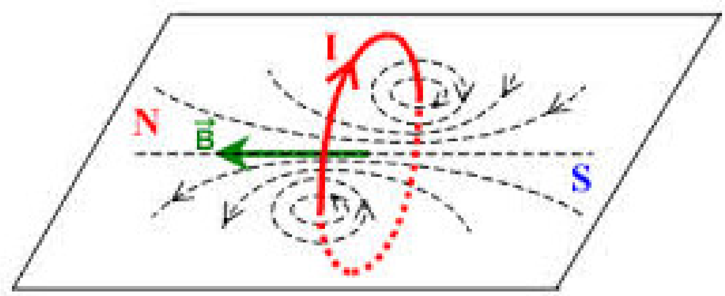
Lorsque l'index pointe dans le sens de I les autres doigts se replient dans le sens de $\vec{B}$.



http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/electri/filampere.html

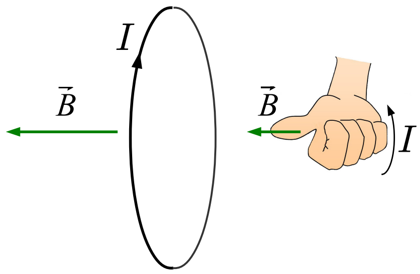
En supposant le fil infini, quelles sont les invariances par translation, rotation, les plans de symétrie et les plans d'antisymétrie pour les courants ?

IV.2. Champ créé par une spire

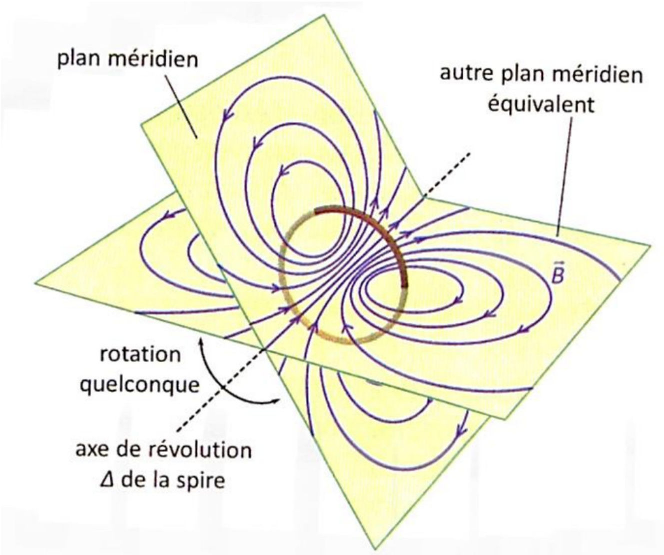


On constate que le sens du champ magnétique créé est en accord avec la règle de la main droite vue précédemment.

Dans le cas des circuits à enroulement circulaire il existe une seconde loi de la main droite utilisable : si les doigts s'enroulent dans le sens de I alors le pouce pointe dans le sens de $\vec{B}$.



On constate que la spire de courant est invariante par rotation quelconque autour de son axe $\Delta = Oz$: le champ magnétique vérifie la même invariance.



Faire le bilan des symétries.

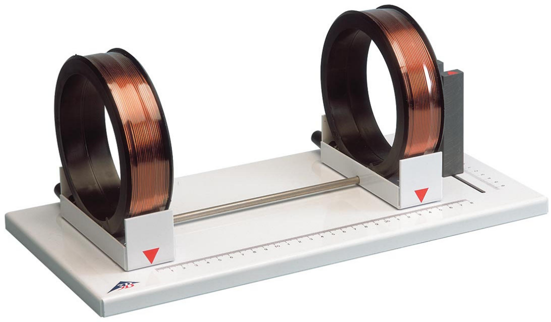
IV.3. Utilisation de deux spires pour créér un champ uniforme : bobines de Helmoltz

Les lois de l'électromagnétisme étant linéaires, la superposition des courants entraîne la superposition des champs magnétiques.

Ainsi, si on considère deux spires (1) et (2) créant respectivement les champs magnétiques $\vec{B_1}(\vec{r})$ et $\vec{B_2}(\vec{r})$, le champ résultant créé par les deux bobines vaudra

$$\vec{B}(\vec{r}) = \vec{B_1}(\vec{r}) + \vec{B_2}_(\vec{r})$$

On s'intéresse au champ créé par deux bobines identiques de même axe.



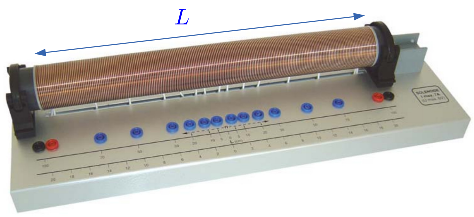
C'est lorsque la distance entre les deux spires, parcourues par des courants de même sens, est égale à leur rayon que l'on obtient un champ le plus homogène possible.

Voir l'animation suivante :
http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/electri/helmoltz.html

IV.4. Solénoïde

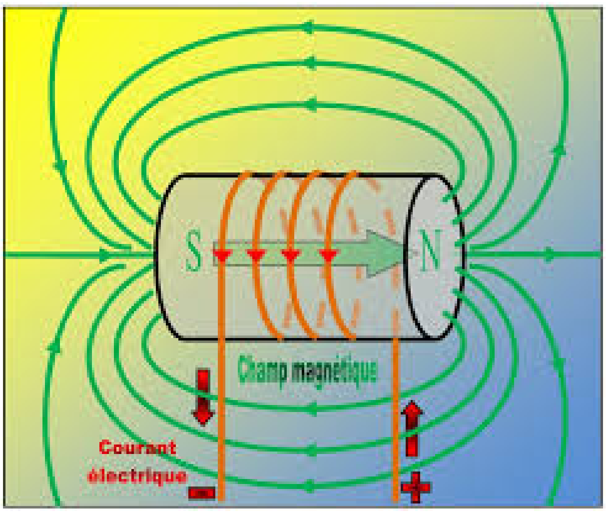
Ce dispositif permet d'obtenir un champ magnétique quasi-uniforme dans un volume plus important.

Un solénoïde est constitué d'un enroulement de fil conducteur sur un profil cylindrique. Il est assimilable à la juxtaposition de N spires parcourues par un courant I. Si on note L la longueur totale du solénoïde, on définit $n = \frac{N}{L}$ le nombre de spires par unité de longueur.



http://ressources.univ-lemans.fr/AccesLibre/UM/Pedago/physique/02/electri/solenoide.html

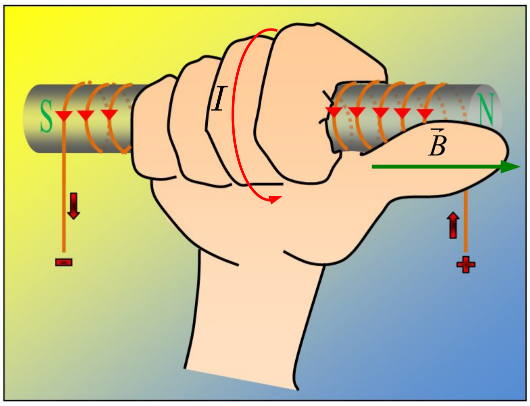
http://www.physics-chemistry-interactive-flash-animation.com/electricity_electromagnetism_interactive/solenoid_magnetic_field_current_poles_north_south.htm



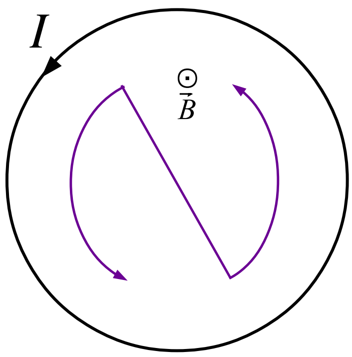
Si on note R le rayon d'une spire, plus L augmente, plus le champ est uniforme à l'intérieur du solénoïde. À la limite du solénoïde infini, on obtient à l'intérieur du solénoïde un champ $\vec{B}_{\text{int}}$ uniforme et parallèle à l'axe Oz et à l'extérieur un champ $\vec{B}_{\text{ext}}$ nul. On admettra le résultat suivant :

> Champ magnétique créé par un **solénoïde infini** ($L \gg R$) :
>
> $$\vec{B}_{\text{int}} = \mu_0 n I \, \vec{u_z} \qquad\qquad \vec{B}_{\text{ext}} = \vec{0}$$
>
> avec $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H.m^{-1} la **perméabilité magnétique** du vide.

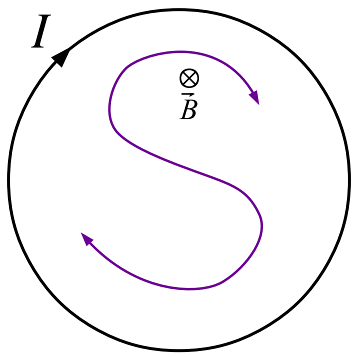
L'orientation de $\vec{B}$ se déduit de celle de I par la règle de la main droite.



On peut, par analogie avec le champ créé par un aimant, attribuer des faces Nord et Sud à un solénoïde (ou à une spire). La face Nord correspond à la face par laquelle le champ magnétique émerge.



Face Nord



Face Sud

Magnétostatique du vide	
Effets magnétiques d'un courant de charges	Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme. Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre. Définir la notion de ligne de champ magnétostatique. Énoncer la relation donnant la force de Laplace s'exerçant sur un élément de circuit filiforme parcouru par un courant et placé dans un champ magnétostatique. Identifier les propriétés de symétrie et d'invariance d'une distribution de courant. Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, un fil rectiligne, une spire circulaire, une bobine longue et un tore.