PROGRAMME DE COLLE DE PHYSIQUE

Semaine du 09/10 au 14/10

M4 - Oscillations libres (cours + exercices)

- savoir déduire graphiquement d'un potentiel harmonique l'amplitude des oscillations et la vitesse en un point donné connaissant la valeur de l'énergie mécanique.
- savoir établir l'équation du mouvement horizontal sans frottement d'un système masse-ressort sous la forme
$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \qquad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
et connaître sa solution : $x(t) = A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t = x_m\cos(\omega t + \varphi)$.
Savoir déduire A et B des conditions initiales en position et en vitesse. On constate l'isochronisme des oscillations.
- Description du mouvement harmonique : tracé de $x(t)$ et $\dot{x}(t)$; points d'arrêt, point de vitesse maximale.
- Étude énergétique du mouvement harmonique : tracé de $E_c(t)$ et $E_p(t)$. On vérifie $E_m = E_c + E_p = cte = \frac{1}{2}kx_m^2$.
- Savoir établir l'équation du mouvement vertical sans frottement d'une masse accrochée à un ressort. En notant $X = x - x_e$ l'écart à la position d'équilibre x_e, on retrouve l'équation de l'oscillateur harmonique $\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0$.
- Généralisation : l'équation $\ddot{x} + \omega_0^2 x = K$ avec $K = \omega_0^2 x_e$, x_e correspondant à la position d'équilibre, admet comme solution :
$$x(t) = x_e + A\cos\omega_0 t + B\sin\omega_0 t = x_e + x_m(\cos\omega t + \varphi)$$
les constantes A et B (ou x_m, φ) se déduisant des conditions initiales en position et en vitesse.
- Portrait de phase de l'oscillateur harmonique.
- Approximation harmonique : savoir effectuer un développement limité à l'ordre 2 de l'énergie potentielle au voisinage d'une position d'équilibre stable avec $\left(\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=x_e} > 0$ pour retrouver l'équation de l'oscillateur harmonique :
$$\ddot{X} + \omega_0^2 X = 0 \qquad \text{avec } X = x - x_e \quad \text{et } \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{m}\left(\frac{\mathrm{d}^2E_p}{\mathrm{d}x^2}\right)_{x=x_e}}$$
- Pendule simple : savoir établir l'équation des petites oscillations en effectuant un développement limité à l'ordre 2 de E_p au voisinage de 0.
$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0 \quad \text{avec } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$
il y a alors **isochronisme des petites oscillations**.
Pour des oscillations d'amplitude plus élevées savoir déduire de $\frac{\mathrm{d}E_m}{\mathrm{d}t} = 0$ l'équation du mouvement :
$$\ddot{\theta} + \omega_0^2\sin\theta = 0$$
Portrait de phase du pendule simple : savoir commenter les différentes trajectoires de phase.

Oscillations amorties :
On reprend l'étude du mouvement horizontal d'une masse et on ajoute un amortisseur qui crée une force d'amortissement de puissance $\mathcal{P}_{nc} = -\alpha v^2$.

– savoir établir l'équation du mouvement et la mettre sous la forme

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$$

  savoir nommer et interpréter ω_0 et Q.
– savoir lui associer l'équation caractéristique :

$$r^2 + \frac{\omega_0}{Q} r + \omega_0^2 = 0$$

– $\Delta < 0$ ($Q > 1/2$) : régime pseudo-périodique : savoir établir l'expression de la solution et la tracer. Estimation graphique du facteur de qualité (pour $Q \geqslant 5$). Interprétation énergétique du facteur de qualité (pour $Q \geqslant 5$) admise. Décrément logarithmique δ : savoir retrouver à partir de la formule fournie $\delta \simeq \frac{\pi}{Q}$ (pour $Q \geqslant 5$).
– $\Delta = 0$ ($Q = 1/2$) : régime critique. Savoir établir l'expression de la solution et la tracer.
– $\Delta > 0$ ($Q < 1/2$) : régime apériodique. Savoir établir l'expression de la solution et la tracer.
  On remarque que c'est le régime critique qui permet le retour le plus rapide à la position d'équilibre.
  – Portraits de phase associés aux trois régimes.
– Généralisation : connaître la forme générale des solutions de l'équation

$$\ddot{x} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_e$$

– Analogie électrique : à partir de l'équation différentielle fournie, savoir établir des équivalences avec le problème mécanique et retrouver par identification l'expression de la pulsation propre et le facteur de qualité.

Outils mathématiques à maîtriser :
– résolution d'une équation différentielle du second ordre linéaire à coefficients constants (cf polycopié).
– développement limité d'une fonction au voisinage d'un point
– Au voisinage de 0 connaître les DL à l'ordre 2 :
  — $\sin\theta = \theta$
  — $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$

4. Oscillations libres	
Interprétation avec le graphe de l'énergie potentielle	Expliquer l'existence d'oscillations autour d'une position d'équilibre stable. Prévoir l'amplitude des oscillations et la vitesse maximale.
Oscillateur non amorti	Identifier et utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique. Étude expérimentale d'un oscillateur harmonique.
Portrait de phase	Interpréter un portrait de phase fourni ou relevé expérimentalement.
Non conservation de l'énergie mécanique. Modèle d'ordre 2	Utiliser le modèle de l'oscillateur harmonique amorti par frottements fluides. Résoudre et interpréter les solutions de l'équation différentielle canonique. Identifier les différents régimes et exploiter les courbes. Commenter le cas où le facteur de qualité est grand devant 1. Relier facteur de qualité et facteur d'amortissement.

Th 0 - Introduction à la thermodynamique (cours)
– Système thermodynamique. Paramètre d'état intensif et extensif. Définition de la pression. Température absolue.

Notions et contenus	Capacités exigibles
État d'équilibre d'un système	Proposer un jeu de paramètres d'état permettant de caractériser un état d'équilibre. Différencier un **système ouvert** et un **système fermé**. Distinguer les **grandeurs intensives** et les **grandeurs extensives**

Th 1 - Les différentes formes d'énergie (cours)

Extrait du programme :

Notions et contenus	Capacités exigibles
5. Formes d'énergie	
L'énergie fonction d'état Stockage de l'énergie	Citer différentes formes d'énergies et les paramètres les caractérisant ; énergie cinétique (vitesse), énergie potentielle (position), énergie électrostatique (tension), énergie magnétique (intensité).
Énergie interne U d'un système	Associer la modification de la température, le changement de phase d'un système, à la variation d'énergie interne.

Ce qu'il faut retenir :

L'énergie interne U d'un système macroscopiquement au repos dans le référentiel d'étude est la somme

- des énergies cinétiques de tous ses composants microscopiques (mouvement d'agitation thermique)
- des énergies potentielles d'interaction entre ses composants microscopiques

L'énergie interne U est une **fonction d'état extensive** du système.

Th 2 - Caractéristiques d'un corps pur monophasé (cours + exercices simples d'application de la loi des GP)

Outils mathématiques à maîtriser : Différentielle d'une fonction de plusieurs variables

– Équation d'état du gaz parfait. Mélange idéal de gaz parfaits. Pression partielle.
– Exemple d'équation d'état d'un gaz non parfait : l'équation d'état de van der Waals (l'équation n'est pas à connaître). Interprétation des coefficients a et b.
– Définition des coefficients de dilatation isobare α et de compressibilité isotherme χ_T. Équation d'état d'une phase condensée idéale (état solide ou liquide) : $V = cte = nV_m$ ($\alpha = 0$ et $\chi_T = 0$).
– Capacité thermique à volume constant. Cas particulier du gaz parfait : **l'énergie interne d'un gaz parfait ne dépend que de la température**. Cas particulier d'une phase condensée idéale : son volume étant constant, son énergie interne ne dépend que de T. On peut écrire :

$$\mathrm{d}U = C_V \mathrm{d}T = nC_{V_m}\mathrm{d}T = m_{\text{syst}} c_V \mathrm{d}T$$

On se place dans un domaine de température où $C_V = cte$:

$$\Delta U = C_V \Delta T = nC_{V_m}\Delta T = m_{\text{syst}} c_V \Delta T$$

– Savoir que pour un gaz parfait monoatomique $C_{V_m} = \frac{3}{2}R$ et que pour un gaz parfait diatomique $C_{V_m} = \frac{5}{2}R$.
– Pour une phase condensée idéale, on omet souvent l'indice V (car V est constant) et on parle uniquement de capacité thermique (notée $C = nC_m = m_{\text{syst}}c$). On peut alors écrire :

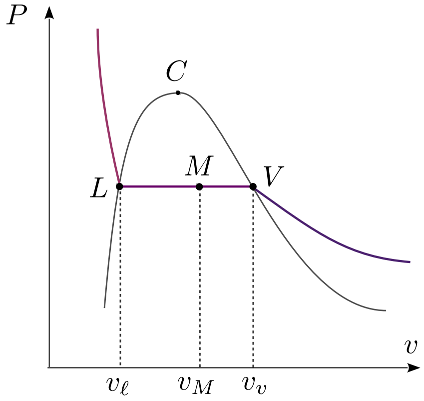
$$\Delta U = C\Delta T = nC_m\Delta T = m_{\text{syst}} c\Delta T$$

Notions et contenus	Capacités exigibles
Modèle du gaz parfait	Calculer un paramètre avec l'équation d'état du gaz parfait Citer quelques limites du modèle
Énergie interne U d'un système Capacité thermique à volume constant dans le cas d'un gaz parfait Capacité thermique à volume constant d'une phase condensée indilatable et incompressible	Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour un gaz parfait. Utiliser le fait que l'énergie interne ne dépend que de la température pour une phase condensée incompressible et indilatable.

Th 3 - Changement de phase d'un corps pur (cours)

– Les différentes phases d'un corps pur
– titre en vapeur, titre en liquide d'un mélange diphasé
– diagramme (P,T) d'un corps pur : analyse.
– diagramme (P,V) de l'équilibre liquide vapeur, isothermes d'Andrews.

Connaissance exigible : détermination graphique de x_v et x_ℓ :



$$x_v = \frac{v_M - v_\ell}{v_v - v_\ell}$$

graphiquement :

$$x_v = \frac{\overline{LM}}{\overline{LV}}$$ si l'échelle horizontale est linéaire.

– expérience des tubes de Natterer
– lien entre diagramme (P,T) et diagramme (P,V).