

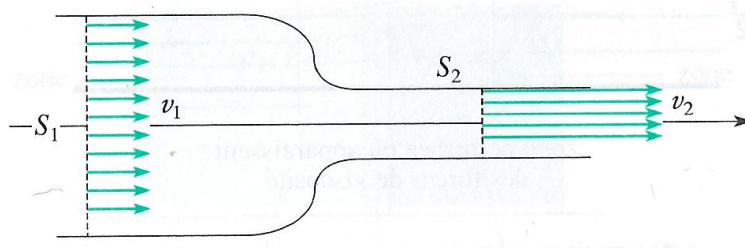
TD - MF2 Description d'un fluide en écoulement stationnaire

1 Écoulement d'un fluide incompressible dans un rétrécissement de conduite.

On considère l'écoulement d'un fluide incompressible dans une conduite présentant un rétrécissement.

La section diminue de S_1 vers S_2 . La vitesse du fluide est supposée constante sur chaque section, v_1 au niveau de S_1 et v_2 au niveau de S_2 .

1. Quelle relation relie v_1 , v_2 , S_1 et S_2 ? Comparer v_1 et v_2 .
2. Tracer l'allure des lignes de courant.

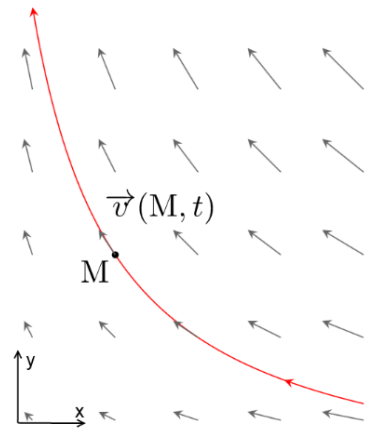


2 Étude d'un champ de vitesse

On fournit la carte du champ de vitesse :

$$\vec{v} = -kx\vec{u}_x + ky\vec{u}_y$$

1. Quelle est la dimension de k ?
2. À quoi correspond la courbe tracée?
3. L'écoulement est-il rotationnel? divergent?
4. Donner l'expression du déplacement élémentaire $d\vec{\ell}$ dans le plan xOy . En déduire la circulation \mathcal{C} de \vec{v} du point $A(1,0)$ au point $B(0,1)$.



3 Mouvement circulaire rotationnel

On considère un écoulement stationnaire dont le champ de vitesse en coordonnées cartésiennes est défini en tout point par :

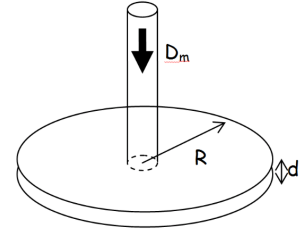
$$\vec{v} = -ay\vec{u}_x + ax\vec{u}_y \quad \text{avec } a \in \mathbb{R}^*$$

1. L'écoulement est-il divergent?
2. L'écoulement est-il irrotationnel?
3. Déterminer les trajectoires des particules fluides et préciser leur sens de parcours en fonction du signe de a .
4. Comment varie le module de la vitesse en fonction de la distance à l'origine?

5. Comparer ce champ de vitesse à celui existant en tout point d'un solide tournant autour de l'axe Oz avec une vitesse angulaire ω constante (cours de SI). Commenter.

4 Fontaine ★★

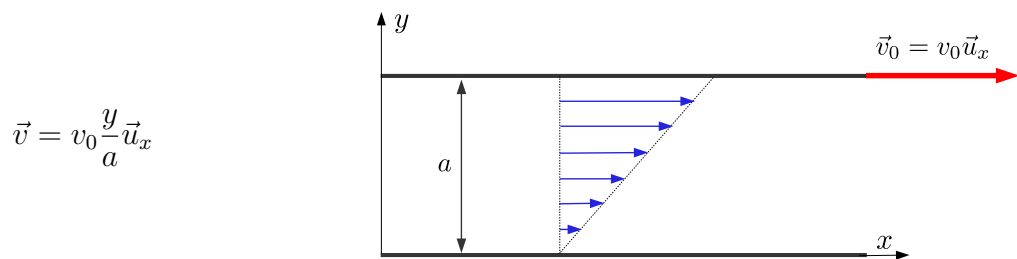
Soit l'écoulement stationnaire produit par une pompe, imposant un débit d'eau $D_m = 200$ kg/min dans une canalisation cylindrique débouchant sur un espace circulaire contenu entre deux disques parallèles de rayon $R = 10$ cm séparés de $d = 1,0$ cm. Calculer la vitesse avec laquelle l'eau est éjectée en périphérie. On suppose connue la masse volumique de l'eau.



Réponse : $0,53 \text{ m.s}^{-1}$

5 Débit d'un écoulement de Couette plan ★★

On considère l'écoulement d'un fluide visqueux entre deux plaques parallèles infinies distantes de a : une plaque fixe placée dans le plan $y = 0$ et une plaque se déplaçant à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$. On peut montrer que le champ des vitesses est de la forme :

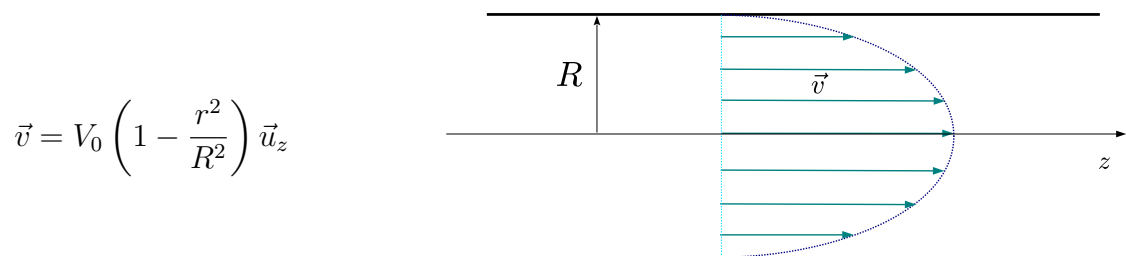


Déterminer le débit volumique à travers une section rectangulaire, placée dans un plan perpendiculaire à l'écoulement, de hauteur a suivant y et de largeur L suivant z .

Réponse : $D_v = \frac{aL}{2} v_0$

6 Écoulement de Poiseuille cylindrique ★★

On peut montrer, dans le cadre de la mécanique des fluides, que le champ de vitesse pour un fluide visqueux incompressible, de coefficient de viscosité η , s'écoulant de manière stationnaire dans un cylindre de rayon R , de longueur L est de la forme :



avec $V_0 = \frac{\Delta p R^2}{4\eta L}$, où Δp représente la chute de pression entre l'entrée et la sortie de la conduite.

1. Que représente V_0 ? Commenter son expression. Quelle est la vitesse du fluide sur les parois ?

2. L'écoulement est-il divergent ? Est-il rotationnel ?
3. On note ρ la masse volumique du fluide. Calculer le débit massique de fluide dans la conduite en fonction de V_0 , R et ρ .

<https://www.youtube.com/watch?v=P05yYbnApFc>

Réponse : $D_v = \frac{V_0}{2} \pi R^2 = \frac{\Delta P \pi R^4}{8 \eta L}$ et $D_m = \rho D_v$.

7 Propagation d'un front d'onde ★ ★ ★

On considère un écoulement de fluide à vitesse constante u dans un tuyau supposé indéformable de section S .

À l'aide d'un robinet, on arrête brutalement cet écoulement : une zone de discontinuité de pression et de masse volumique remonte alors le tuyau.

Établir une relation entre c , u , ρ_1 et ρ_2 en exprimant la conservation de la masse

- en se plaçant dans un référentiel fixe par rapport au robinet
- en se plaçant dans le référentiel lié à la zone de discontinuité (et donc où cette zone apparaît fixe).

